



جامعة جنوب الوادي
كلية الآداب بقنا
قسم الفلسفة

أسس المنطق الرمزي

د. هيثم السيد

دكتورة الدولة فى الفلسفة من جامعة ليدز-بريطانيا
مدرس بقسم الفلسفة- كلية الاداب بقنا - جامعة جنوب الوادي

2012 م

بسم الله الرحمن الرحيم

وعلمك ما لم تكن تعلم وكان

فضل الله عليك عظيما

صدق الله العظيم

سورة النساء

آية (113)

مقدمة

بدأ التفكير المنطقي مع بدء الإنسان تخليه عن النزعة الأسطورية في تفكيره، وارتقائه بهذا التفكير من المرحلة الارتجالية إلى مرحلة أخرى تتسم بالمنهجية والوضوح، بغى من خلالها الفرد العاقل الانتقال من معلوم مثبت إلى معلوم آخر يريد إثباته، أو من معلوم مثبت إلى مجهول يريد تعيينه واستيضاحه، انتقالاً صحيحاً مؤسساً على قواعد ومبادئ محددة ومرتبطة.

”ومنذ وجد المنطق بوصفه علماً، خضع موضوع دراسته لتحولات عميقة. فالمنطق يتميز بسمّة خاصة، لأنه لا يدرس عالم الطبيعة الموضوعي، ولا عالم الانفعالات الذاتية، ولكنه يدرس الفكر بوصفه وسيلة يستخدمها الإنسان لمعرفة العالمين. وموضوع المنطق إذن هو دراسة أشكال وقوانين الفكر ذاته.“⁽¹⁾

¹ - الكسندر ماكوفسكى، تاريخ علم المنطق، نقله إلى العربية: نديم علاء الدين، إبراهيم فتحي، دار الفارابي، بيروت، ط1، 1987، ص8.

ومنذ عَمَدَ الإنسان إلى ابتداع حيل اقناعية، تستند في ظاهرها إلى حجاج عقلية منسوجة على نحو منهجي منظم، لا يفتيء المرء حيالها إلا أن يسلم بصحتها، منذ ذلك الحين بدأت إشراقات علم جديد تلوح في أفق المعرفة البشرية. "فظهر المنطق أول ما ظهر داخل إطار فن الخطابة باعتباره نظرية البلاغة. وقد كانت بداياته كذلك سواء في الهند والصين القديمتين أو في اليونان القديمة أو روما أو روسيا... وهكذا نرى أن المنطق في البداية كان يعتبر وسيلة للتأثير في النفوس، وللبرهنة على سداد هذا السلوك أو ذاك. وظل المنطق داخل فن الخطابة وجهاً تابعاً، يستهدف الوصول إلى الحقيقة بدرجة أقل من استهدافه إقناع السامع."⁽²⁾

بعد تلك المرحلة التي اختصت لنفسها موضوعاً وغرضاً للمنطق، جاءت مرحلة أخرى احتل فيها المنطق بؤرة العمل الفلسفي من قِبَل ثالث الفكر اليوناني، الذي أرسى سقراط قاعدته، ودعمها أفلاطون، ثم جاء أرسطو على قمته ليضع أسس علم المنطق، ويضع مفهوماً جديداً لموضوعه والغرض منه، وهو كونه آلة وأداة للعلم والفلسفة، تقدم المبادئ

²- نفس المرجع، ص9.

والقوانين التي يجب أن يؤسَّس عليها كل فكر صحيح، ذلك المعنى الذي أكدّه تلامذته وشراحه من بعده عندما أطلقوا كلمة " أوريغانون " على إنتاجه المنطقي، والتي تعني الآلة أو الأداة. وبناءً على ذلك، "بدأ المنطق يلعب دوراً مهماً في المناقشات العلمية. وقد توطدت دعائم المنطق بصفته علماً للفكر يؤدي إلى الحقيقة عبر أنواع من الصراع من السفسطة بتأرجحاتها وألغائها اللفظية. وفرض المنطق نفسه وفقاً لوجهة النظر هذه باعتباره أحد عوامل تطور العلم والفلسفة، يقدم أساساً لقضايهما ويدحض النظريات الخاطئة." (3)

وفي الحضارة الإسلامية أتى المنطق على رأس العلوم المنقولة من اليونان، وحظي بما لم يحظ به علم منقول آخر بالدراسة والشرح والتعليق، وأصبح لا يوثق بعلمه من لم يدرس المنطق، بل صار ميزاناً للعقل ومعيّاراً للعلم عندهم، وهو بالطبع على عكس ما آل إليه المنطق في الغرب المسيحي بعد ذلك.

¹ - المرجع السابق، ص 9.

”ولكننا نجد عند فرنسيس بيكون في العصر الحديث مفهوماً جديداً لموضوع المنطق، فلم يعد المنطق أداة لتقرير الحقيقة، ولكنه أصبح يُسدى العون للوصول إلى اكتشافات علمية جديدة. ويرى بيكون أن الجانب الأساسي من المنطق يتناول منهج البحث العلمي الذي يقدم للباحثين وسائل اكتشاف حقائق جديدة“⁽⁴⁾. فتاريخ المنطق يضع أمامنا إذن مفاهيم متعددة لموضوع دراسته ولغرضه.

يعد اندماج المنطق في علوم أخرى -مثل الرياضيات- ودراسته من منظور بيني interdisciplinary أحد أبرز المقومات التي عبرت بالمنطق من التقليدية إلى الحداثة. بات من المعروف أن أحد أبرز المجالات التي طُبّق فيها علم المنطق هو علم الرياضيات؛ فبالعودة إلى أصول المنطق الرياضي، نجد أن حدوث أزمة الرياضيات، وإدراك الرياضيين إلى حقيقة أن السبيل لمعالجة الخلل الموجود في الأنساق الرياضية الجديدة هو البحث في أسس الرياضيات، وردها إلى أصولها المنطقية، قد أنشأ ما يسمى عند الرياضيين ”أسس الرياضة“

²- المرجع السابق، ص10.

Foundation of Mathematics بينما تسمى المسألة نفسها عند الفلاسفة والكثيرين من الرياضيين أيضاً "فلسفة الرياضة" Philosophy of Mathematics.^(٥) وكان نتيجة لتضافر جهود المناطق من جهة وعلماء الرياضيات من جهة أخرى فى دراسة الأسس المنطقية للرياضيات أن نشأ ما يسمى المنطق الرياضي Mathematical Logic أو المنطق الرمزي Symbolic Logic.

أما عن بدايات المنطق الرمزي، فيؤرخ عادةً لشروق مرحلة فكرية معينة، وأقول أخرى، بظهور إنتاج علمي معين، يحمل بداخله النواة الأولى لهذه المرحلة، ويُسكِّل الأساس الذى تنطلق منه كل التطورات اللاحقة. وفيما يخص المنطق الرمزي Symbolic Logic، فإن "ظهور كتاب "التحليل الرياضى للمنطق" عام 1847م"^(٦) للرياضى والمنطقى جورج بول G.Boole (1815-1864)، قد شكل نقطة البدء لسلسلة من الدراسات، تضافرت فيها جهود المناطق مع الرياضيين، والتي ما لبثت أن

¹ - محمد ثابت الفندى، فلسفة الرياضة، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، 1987، ص14.

1- محمود فهمى زيدان، مرجع سابق، ص76.

أفرزت فلسفة الرياضيات Mathematical Philosophy، ومن بعدها المنطق "الرياضي" Mathematical Logic، كما أسلفت القول.

وبتلاحق الأحداث، وبتلاحق الأفكار، تتنامى المعرفة، والتي ربما ينجم على إثرها تغيرات في المنظور الذي نتناول من خلاله قضايانا الفكرية. وعلم المنطق في مجمله لم يخرج عن هذا الإطار، " فالمنطق الرمزي - وهو المسمى الذي يطلق على هذا العلم حالياً - بدأ يأخذ مجراه الحقيقي في تاريخ الفكر الحديث والمعاصر، بظهور كتاب "مجل المنطق الرمزي" عام 1918 للمنطقي كلارينس إيرفينج لويس C.I.Lewis. فلقد اتجه المنطق الرمزي الجديد اتجاهًا جديدًا بالمرّة، حيث اشتق وجوده على أساس الصورية الارسطية الخالصة، وصار -المنطق الرمزي - يمثل تطوراً فلسفياً في ملامح التحول العامة للمنطق، بدلاً من الخضوع لاتجاهات الرياضة في نزعاتها ونزواتها على نحو ما جرى من قبل عند إخضاع المنطق للرياضة في إبان القرن العشرين".⁽⁷⁾ وبهذا تحولت

2- ليس امبروز، مورييس لازيروفيتش، أوليات المنطق الرمزي، ترجمة د.عبد الفتاح الديدي، المجلس الأعلى للثقافة، القاهرة، 1983، ص7،8.

نظرة الفلاسفة إلى المنطق الحديث من دخیل ریاضیاتی إلى ریبب فلسفی.

ولقد انبثقت ریادة ومحورية المنطق الرمزی بالنسبة إلى العلوم المختلفة - ومن بینها الریاضیات والذكاء الاصطناعی- من حیازته لما یلی:

1- لغات اصطناعیة رمزیة متعددة ومتنوعة

2- أنساق استنباطیة

3- آلیات لاختبار صحة الحجج المنطقیة

ویأتی عرضنا لأسس المنطق الرمزی فی هذا الاطار، حیث یتناول المقرر الحالي النظریتان الرئیسیتان فی المنطق الرمزی بالشرح والتحلیل: منطق القضایا Propositional Logic، ومنطق المحمول Predicate Logic. تواترت الکتابات والمقررات الدراسیة الأجنبیة على اعتبار هاتین النظریتین هما الرکائز الذی تأسس علیها کل ما لحق بالمنطق الرمزی من تطورات، وهما الأساس الذی لابد أن یشرع منه الطالب فی دراسته لأصول هذا العلم. ورغبة منی فی وضع مقرر دراسي یتطابق مع ما یدرسه طالب المنطق فی المعاهد والجامعات الاجنبیه فلقد قصرت

عرضى لأسس المنطق الرمزي على شرحى وتحليلي لهاتين النظريتين، واعتبار المقدمة التاريخية للمنطق الرمزي وكذلك الارهاصات المنطقية الحديثة مثل نظرية كم المحمول للسير وليم هاملتون ونظرية الفئات لجورج بول وغيرها ضمن ما يحصله الطالب بالبحث فى مصادر متنوعة فى اطار تحقيق احدى المخرجات التعليمية المستهدفة لطالب الفلسفة وهى "تحصيل المعرفة من مصادر متنوعة". ويركز شرحنا وتحيلنا الراهن على ابراز الخصائص الرئيسية الثلاثة السابقة لكل نظرية على حدة، وهى: اللغة الرمزية، النسق الاستنباطي، وآليات اختبار صحة الحجج باعتبارها ادوات المنطق الرمزي الاساسية المنوط بالطالب معرفتها واتقان استخدامها.

والله الموفق والمستعان ،،،

د. هيثم السيد

القاهرة فى يوليو 2012



الفصل الأول

منطق القضايا

(مفاهيم وآليات أساسية)

الفصل الأول

منطق القضايا: مفاهيم وآليات أساسية

لكل علم من العلوم مجموعة من المفاهيم والآليات الخاصة، والتي يُعَوَّل عليها في بناء نسقه المعرفي. و المنطق الرمزي لم يخرج عن هذا الاطار، حيث تتأسس كل نظرية من نظرياته على مجموعة من المفاهيم والآليات. وتبرز أهمية هذه المفاهيم والآليات الاساسية في كونها هي التي يتم عبرها بناء النسق المنطقي للنظرية logical system ، ويجرى عبرها اختبار صحة الحجج arguments validity. بناء على ذلك، وجب التقديم لمجموعة من المفاهيم والآليات الاساسية في منطق القضايا propositional logic ، والتي تلعب دورا فاعلا في تحديد طبيعة نسقه المنطقي واجراءات اختبار صحة الحجج المنطقية فيه. يدعم عرضنا لهذه المجموعة من المفاهيم والآليات طائفة من الامثلة الموضحة لكيفية استخدامها في بناء النسق المنطقي القضي، وكيفية اختبار صحة الحجج فيه.

1. القضية Proposition

كما أن الخلية هي وحدة بناء الكائن الحي، فإن القضية هي وحدة بناء الحجة المنطقية logical argument في المنطق عموماً وفي منطق القضايا على وجه الخصوص، ومنها اشتق اسم النظرية فتارة تسمى "منطق القضايا" وتارة تسمى "المنطق القضوي". مفهوم القضية في المنطق الرمزي لا يختلف عن مفهومها في المنطق الصوري، ويمكن تعريفها على النحو التالي:

القضية المنطقية: هي الجملة التقريرية أو الخبرية التي تحتل إما
الصدق أو الكذب.

ومعنى تقريرية أنها تقر شيئاً ما، ومعنى خبرية أنها تخبر عن شيئاً ما ، وهذا التقرير أو الاخبار يحتل إما الصدق أو الكذب. وفي ذلك يقول نجيب الحصادي في مؤلفه "أسس المنطق الرمزي المعاصر" "المنطق –

لاختصاصه بأمر القضايا ذات القيم الصدقية المحددة – definite truth

values – لا يعتد إلا بالجمل التقريرية declarative sentences

التي إما أن تكون صادقة أو باطلة [كاذبة]⁸.

فمثلا إذا قلت:

"تعداد سكان مصر 85 مليونا"

لاحتمل قولك اما الصدق او الكذب، وبالتالي فهي قضية منطقية. ويعضد

تعريفنا السابق ما قرره محمد مهران في كتابه "مدخل الى المنطق

الصورى" حيث يرى أن " أى عبارة او جملة لا يمكنك ان تقول لقائلها انه

اما ان يكون صادقا أو كاذبا لا تعد قضية بهذا المعنى. وعلى ذلك

فالاقوال الدالة على "أمر" او "نهى" أو "تعجب" أو "تمنى" ليست بقضايا"

⁹.

⁸ نجيب الحصادى، أسس المنطق الرمزي المعاصر، ص26.

⁹ محمد مهران، مدخل الى المنطق الصورى، ص118.

أمثلة توضيحية:

- احفظ العهد (أمر)
- لا تكذب (نهى)
- ما أجمل السماء (تعجب)
- ليت الشباب يعود يوما (تمنى)

تجدر الإشارة الى ان القضية المنطقية رغم كونها جملة تقريرية ذات قيمة صدقية بعينها - بمعنى انها اما ان تكون صادقة او كاذبة- الا انها لا تتدرج تحت صنف واحد. تنقسم القضية المنطقية - وفقا لتصنيف نجيب الحصادى¹⁰ - الى ثلاثة أنواع:

1- قضايا تكرارية (أو تحصيل حاصل) tautologies، وهى

القضايا التى يستحيل كذبها أو بطلانها.

¹⁰ نجيب الحصادى، مرجع سابق، ص 27-28.

مثل:

"كل العزب غير متزوجين"

قضية تكرارية يستحيل بطلانها، حيث لا يقرر الشق الثانى منها شيئاً جديداً بل هو تكرار لما قد قيل بصورة مختلفة، فليس بمقدور أحد تصور أعزب متزوج، فأمر بديهي أن يكون "كل العزب" "غير متزوجين".

2- قضايا متناقضة contradictions، وهى القضايا التى يستحيل صدقها.

مثل:

"يوجد أعزب متزوج"

قضية متناقضة يستحيل صدقها، حيث احتوت على صفتين متناقضتين لشيء واحد، فلا يتصور وجود "أعزب" ويكون "متزوج" في نفس الوقت.

3- قضايا عارضة contingent proposition، وهى القضايا التى يحتمل صدقها ويحتمل كذبها. الامثلة على هذا النوع من القضايا كثيرة، حيث أن معظم القضايا التى تعتد بها العلوم الطبيعية تعتبر قضايا عارضة، كالقضية القائلة بتطور الكائنات الحية على نحو معين، والقضية القائلة بتفاقم الوضع الاقتصادى فى دولة من الدول ... الخ.

-4

2. دالة القضية Propositional function

مفهوم دالة القضية احدى المفاهيم المركبة فى المنطق الرمزي التى يلتقى فيها المنطق بالرياضيات. الشق الاول منه وهو "دالة" function هو

أحدى المفاهيم الأساسية الشائعة فى الرياضيات، أما مفهوم "القضية" proposition والذي أسلفنا ذكره، هو أحد المفاهيم الأساسية فى علم المنطق بشقيه الصورى والرمزى.

ووفقا لما أورده ماهر عبد القادر فى كتابه "نظريات المنطق الرياضى"¹¹، يمكننا توضيح المفهوم "دالة" بمثال من الرياضيات على النحو التالى:

$$\text{ص} = (4 + 2)$$

وفقا لهذه الصيغة الرياضية نقول أن (ص دالة أ). بمعنى، اذا عرفت قيمة (أ) تحددت بالتبعية قيمة (ص). والدالة فى الرياضيات هى ما يتبقى لدينا بعد رفع القيم المجهولة فى الصيغة السابقة وهما (ص، أ). بصياغة أخرى، اذا اعطينا لكل من (ص، أ) أو أحدهما قيما محددة لتحددت قيم المجهول الآخر.

¹¹ انظر ماهر عبد القادر، مرجع سابق، ص 66-68.

فمثلاً، لو أعطينا (أ) القيم 2، 3، 5 وكان المطلوب هو تحديد قيمة (ص)

لنتج عن طريق التعويض الدوال التالية:

$$\text{فى حالة أ} = 2$$

$$\therefore \text{ص} = 2 + 2 \times 4 = 10$$

$$\text{فى حالة أ} = 3$$

$$\therefore \text{ص} = 2 + 3 \times 4 = 14$$

$$\text{فى حالة أ} = 5$$

$$\therefore \text{ص} = 2 + 5 \times 4 = 22$$

أما الشق الثانى من هذا المفهوم وهو " قضية " فقد اعتقد المناطق أن

القضية الحملية ذات الصورة (موضوع-محمول) subject-predicate

هى أبسط أنواع القضايا. غير أن المناطق الجدد كان لهم رأياً آخر، حيث

اكتشفوا أن القضية الكلية أو العامة هى قضية شرطية، ومثال ذلك:

"كل إنسان فان"

يمكن تفسير هذه القضية الكلية على النحو التالي:

"إذا كان (س إنسان) فإن (س فان)"

وبناء عليه يمكن تحليل هذه القضية إلى المكونات التالية:

1- السور quantifier المعبر عن الشرط (إذا كان ... فإن)

2- الصيغة (س إنسان)

3- الصيغة (س فان)

ومثلما الحال في الرياضيات، لا يمكن اعتبار الصيغتين السابقتين قضايا لأن هناك قيمة مجهولة وهي (س) في الحالتين. وما يفهمه المنطق الرمزي من هاتين الطيغتين أنهما دالات قضايا، تصبح قضايا إذا تعينت قيمة المجهول فيهما.

مثلاً، الصيغة "إذا كان (س إنسان) فإن (س فان)" هي دالة قضية، تصبح قضية إذا أعطينا س قيمة محددة مثل (زيد) فتصبح "إذا كان زيد إنسان فإن زيد فان".

3. المتغيرات Variables

"المتغيرات نوع من الرموز المساعدة Auxiliary Symbols" ⁽¹²⁾ وهي على عكس الثوابت؛ حيث يتغير معنى الرمز "فلا تشير المتغيرات إلى أشياء بعينها ، بل تشير إلى كل (أو بعض) ما يتصف بخصائص بعينها . والمتغير لا يتضمن أية دلالة ما لم يتم تكميته بمكم أو سور quantifier. وعادة ما تستعمل رموز بعينها للإشارة إلى المتغيرات ، بيد أن الأمر الهام هنا يتعين في وجوب عدم استعمال رموز لمتغير في حال استعمال ذات الرمز للإشارة إلى شئ بعينه ، وذلك لعدم حدوث أى خلط بينهما. أما فيما عدا ذلك ، فإن وضع المتغيرات يتشابه تماماً مع وضع

¹² - Barwise, J.& Etchemendy, J., (ed.) : The language of first-order logic, cilia Publications, Stanford, 3ed., 1993, p115.

رموز تلك الأشياء ، فكلاهما يستعمل الحروف الصغيرة كوسيلة للترميز ،
وكلاهما قابل لأن يرد بعد الصفات بأنواعها المختلفة.”⁽¹³⁾

وعودة أخرى للمنطق التقليدي لنثبت حقيقة هامة، وهى أن ” إدخال
المتغيرات فى المنطق كان من أعظم مبتكرات أرسطو. ويكاد المرء لا
يصدق أن أحداً من الفلاسفة أو اللغويين لم ينبه للآن إلى هذه الحقيقة
الفائقة الأهمية...، ويعلم كل رياضى Mathematician أن إدخال
المتغيرات فى علم الحساب كان فتح عهد جديد فى ذلك العلم. إلا أن
أرسطو اعتبر ابتكاره هذا شيئاً واضحاً لا يحتاج إلى بيان ، وذلك لأنه لا
يتكلم عن المتغيرات فى أى موضع من مؤلفاته المنطقية.”⁽¹⁴⁾

وتبرز قيمة المتغيرات فى أنها ”تحدد بدقة الصورة المنطقية لما نريد
الحديث عنه ، حيث تقوم مقام اللغة التى كثيراً ما تتعرض للغموض
والإبهام وسوء الفهم ، فضلاً عن كونها مصطلحات عالمية يمكن لقارئها

¹³ - نجيب الحصادى ، مرجع سابق ، ص231

¹⁴ - يان لوكاشيفتش ، مرجع سابق ، ص20

أن يفهمها.⁽¹⁵⁾ ولعل ذلك يذكرنا باللغة العالمية التي حلم ليبنتز وغيره بابتكارها واستخدامها.

”ولقد دأب المناطق على التمييز بين نوعين من المتغيرات : المتغيرات الحرة Free Variables وهى المتغيرات التى لا يقيدھا أى سور - وتسمى أيضاً حقيقية Real-، والمتغيرات المقيدة Bound وهى المكمنة سواء بسور كلى أو جزئى وتسمى أيضاً ظاهرية Apparent.“⁽¹⁶⁾

4. الثوابت Constants

”يقصد بكلمة "الثوابت" فى المنطق ، ما نقصده بها فى العلوم الرياضية كالحساب“⁽¹⁷⁾، وهى:

¹⁵- ماهر عبدالقادر ، مرجع سابق ، ص69

¹⁶- نجيب الحصادى ، مرجع سابق ، ص231

¹⁷- زكى نجيب محمود ، مرجع سابق ، ص75.

تلك الرموز الثابت دلالتها، والتي لا تتغير بتغير السياق التي ترد
فيه.

”فلقد تبين للمناطق الرياضيين أنه من الممكن استعارة فكرة الثوابت من الرياضيات، ولكن بصورة تلائم عملياته، وتجعل مفاهيمه واضحة، من خلال وضع مجموعة من الثوابت التي إذا ما طُبِّقَت على الصيغ، أمكن الانتقال من صيغة لأخرى انتقالاً صحيحاً.“⁽¹⁸⁾

”والناظر إلى الثوابت المستعملة في التفكير العلمي يجد أنها تنقسم إلى نوعين:

الأول: هو الثوابت الخاصة بكل فرع من فروع العلم على حدة ، وتخصه دون غيره ، فالطبيعات لها ثوابتها وكذلك الرياضيات.

الثاني: يتألف من ألفاظ ذات صفة أعم جداً من ثوابت كل علم على حدة ، ولذلك فهي موجودة حتماً في كل علم كما توجد دائماً في استعمالنا

¹⁸ - ماهر عبدالقادر ، مرجع سابق ، ص 69، 70.

العادى ، وهى ألفاظ تمثل وسائلنا فى نقل أفكارنا إلى الآخرين ، وفى ربط بعضهما إلى بعض حين نستدل فى العلم أو فى الحياة اليومية ، وتلك الألفاظ مثل : "لا" (النفى) ومثل "و" (العطف) ، ومثل "أو" (الفصل) ، ومثل "إذا... إذن" (الشرط وجوابه) ، ومثل "هو" أو "يكون" ، ومثل "كل" و "بعض" ، وقد حصر رسل أهمها فى ثلاثة عشر ثابتاً.⁽¹⁹⁾

فيما يخص لغة منطق القضايا، اصطلح المنطقة على وجود خمسة ثوابت أساسية للتعبير عن العلاقات بين القضايا. فيما يلي عرضاً لهذه الثوابت، ومقابلها فى اللغتين العربية والانجليزية، مدعماً ببعض الامثلة التوضيحية.

أولاً: ثابت الوصل conjunction

الرمز	المقابل باللغة العربية	المقابل باللغة الانجليزية
\wedge	p و q	p and q

¹⁹ - ثابت الفندى ، مرجع سابق ، ص 122، 121

مثال:

الشمس ساطعة و الجو معتدل

يقوم ثابت الوصل بدور الربط (الوصل) بين قضيتين ليكون منهما قضية واحدة. في المثال، يقوم الثابت (و) ورمزه (\wedge) بالربط بين القضية "الشمس ساطعة" ويرمز لها بالمتغير p ، وبين القضية "الجو معتدل" ويرمز لها بالمتغير q . وبذلك نحصل على الصيغة الرمزية التالية:

$$p \wedge q$$

وبارتباط المتغيرين p و q بثابت الوصل (\wedge) تنشأ لدينا ما يسمى "دالة الوصل" conjunctive function.

ثانياً: ثابت الفصل disjunction

الرمز	المقابل باللغة العربية	المقابل باللغة الانجليزية
\vee	$p \text{ أو } q$	$p \text{ or } q$

مثال:

إما أن يذاكر الطلاب أو يرسبون في الامتحان

تتألف هذه القضية المركبة من مكونات ثلاثة:

- ثابت الفصل " إما ... أو " ويرمز له بالرمز (\vee)
- القضية " يذاكر الطلاب " ويرمز لها بالمتغير p
- القضية " يرسبون في الامتحان " ويرمز لها بالرمز q

وبذلك نحصل على الصيغة الرمزية التالية:

$$p \vee q$$

وبارتباط المتغيرين p و q بثابت الفصل (\vee) نحصل على دالة الفصل

.disjunctive function

ثالثاً: ثابت الاستلزام²⁰ implication

الرمز	المقابل باللغة العربية	المقابل باللغة الانجليزية
\rightarrow	q يستلزم p	p implies q

مثال:

محمد يتنفس يستلزم أن محمد حي

تستلزم القضية "محمد يتنفس" القضية "محمد حي" منطقياً إذا استحال صدق الاولى وكذب الثانية. بمعنى، القول بأن "محمد يتنفس" يستلزم أن "محمد حي"، وذلك على اعتبار ان صدق القضية الاولى يضمن ضمانا مطلقا صدق القضية الثانية (أى على اعتبار استحالة صدق الاولى فى حال بطلان الثانية).

²⁰ يعرف هذا الثابت أيضا باسم الثابت الشرطى conditional.

كما في المثالين السابقين، باعطاء القضية الاولى المتغير p ، والقضية الثانية المتغير q وباستخدام الثابت (\rightarrow) للدلالة على علاقة الاستلزام بين تلك القضيتين نحصل على الصيغة الرمزية التالية:

$$p \rightarrow q$$

وهي الصيغة الرمزية التي تمثل دالة الاستلزام implicative function.

رابعا: ثابت التكافؤ²¹ equivalence

الرمز	المقابل باللغة العربية	المقابل باللغة الانجليزية
\leftrightarrow	q إذا و إذا فقط p	p if and only if q $(p \text{ iff } q)$

مثال:

محمد يتنفس إذا و إذا فقط محمد حي

²¹ يعرف هذا الثابت أيضا باسم الثابت الشرطي المزدوج biconditional .

يقال على القضية المنطقية انها تكافئ قضية اخرى إذا و إذا فقط استحال صدق أحدهما وكذب الاخرى. ففي المثال، يستحيل صدق القضية "محمد يتنفس" وكذب القضية "محمد حي" أو العكس. ولذلك يشير نجيب الحصادي الى أن "تلازم (تكافؤ) أية قضيتين رهن باستلزام كل منهما للأخرى" ²². يوضح ذلك الحجة التالية:

محمد حي يستلزم ان محمد يتنفس

محمد يتنفس يستلزم أن محمد حي

إذن، محمد يتنفس إذا و إذا فقط محمد حي

ويمكن تمثيل هذه الحجة منطقيا على النحو التالي:

$$q \rightarrow p$$

$$p \rightarrow q$$

$$\therefore p \leftrightarrow q$$

²² نجيب الحصادي، مرجع سابق، ص38.

وتعرف الصيغة السابقة بدالة التكافؤ $\text{equivalent function}$.

خامسا: ثابت النفي²³ negation

الرمز	المقابل باللغة العربية	المقابل باللغة الانجليزية
\sim	$\neg p$	not p

مثال:

لا طالب مجتهد

على عكس الثوابت الاخرى " لا يؤسس ثابت النفي علاقة بين قضيتين، وإنما يدخل على قضية واحدة فينفىها"²⁴. فإذا كان لدينا القضية "كل

الطلاب مجتهدون" وأردنا نفىها باستخدام ثابت النفي (\sim) تصبح "لا

طالب مجتهد" وتأخذ الصيغة الرمزية التالية:

$\sim p$

²³ يعرف هذا الثابت أيضا باسم ثابت السلب أو التناقض contradiction

²⁴ ماهر عبد القادر، مرجع سابق، ص 72.

وهو ما يشار إليه بدالة النفي negative function.

5. دوال الصدق truth functions & قوائم الصدق truth tables

تتعدد دوال الصدق في منطق القضايا بتعدد الثوابت المنطقية. فكما ان لدينا خمسة ثوابت أساسية سبق الإشارة إليها، فان لدينا خمسة دوال صدق أساسية في منطق القضايا وهي: دالة الوصل، دالة الفصل، دالة الاستلزام، دالة التكافؤ ودالة النفي. ودالة الصدق هي الصيغة الرمزية التي توصلنا لها عقب كل مثال على الثوابت المنطقية الخمسة (باستثناء ثابت النفي) نذكرها فيما يلي للتذكير:

- دالة الوصل: $p \wedge q$

- دالة الفصل: $p \vee q$

- دالة الاستلزام: $p \rightarrow q$ (وتعرف أيضا باسم الدالة الشرطية

(conditional

- دالة التكافؤ: $p \leftrightarrow q$ (وتعرف أيضا باسم الدالة الشرطية

المزدوجة (biconditional)

- دالة النفي: $\sim p$ (و تعرف أيضا باسم دالة السلب أو

التناقض (contradiction)

يرتبط الحديث عن دالة الصدق بالحديث عن مفهومي أساسيين في

منطق القضايا وهما: قيمة الصدق truth value و قائمة (جدول)

الصدق truth table. يعرف محمد قاسم في كتابه "نظريات المنطق

الرمزي" قيمة الصدق بأن "قيمة صدق لقضية يعنى الحكم عليها بالصدق

أو الكذب"²⁵. كما يبين ماهر عبد القادر أن "قيمة الصدق بالنسبة لأي

صيغة من الصيغ تتحدد وفق مجموعة من العوامل هي:

أ. معنى الثابت المنطقي: فالصيغة التى تحتوى على ثابت الاستلزام

مثلا تختلف قيمة صدقها عن تلك التى تحتوى على ثابت التكافؤ

أو الوصل أو الفصل.

²⁵ محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي، ص 45.

ب. صدق القضيتين معا.

ج. كذب القضيتين معا.

د. صدق واحدة وكذب الاخرى " ²⁶.

أما قائمة أو جدول الصدق truth table فهي - وفقا لمحمد قاسم-
 "قائمة ترتب بطريقة محددة تهدف إلى تحديد قيم صدق قضية مركبة،
 استنادا إلى قيم الصدق المحتملة للقضايا المؤلفة لهذه القضية" ²⁷. تتكون
 قائمة الصدق من جدول به نوعين من البيانات:

- بيانات أفقية، وهي دالة الصدق المراد تحديد قيمة صدقها بحيث يوضع كل عنصر من عناصر الدالة في خانة منفصلة.
- بيانات رأسية، وهي حالات الصدق والكذب المحتملة لكل متغير في الدالة. يرمز لحالة الصدق بالرمز T المشتق من true أى صادق، ويرمز لحالة الكذب بالرمز F المشتق من false أى كاذب.

²⁶ ماهر عبد القادر، مرجع سابق، ص 73.

²⁷ محمد قاسم، مرجع سابق، ص 45.

نطبق بعد ذلك معنى الثابت المنطقي على العلاقة بين المتغيرين من حيث الصدق والكذب، فنحصل على قيم معينة تحت الثابت الموجود فى القائمة وهذه القيم تحدد لنا صدق أو كذب الدالة ككل، أو الحالات التى تصدق فيها الدالة.

وفيما يلي عرضا لمعنى كل ثابت منطقي على حده، يليه قائمة الصدق التى تحدد قيمة صدق كل دالة.

أولاً: دالة الوصل

تحدد قيمة صدق دالة الوصل $p \wedge q$ على أساس معنى ثابت الوصل الذى ينص على أن - وفقاً لماهر عبد القادر - {دالة الوصل تكون صادقة فقط إذا صدقت p و q معاً، وتكذب فيما عدا ذلك} ²⁸.

أما احتمالات الصدق والكذب لأية صيغة تحتوى على متغيران p, q فهى كالتالى:

²⁸ ماهر عبد القادر، مرجع سابق، ص 74.

- صدق p و صدق q.
- صدق p و كذب q.
- كذب p و صدق q.
- كذب p و كذب q.

وبتطبيق معنى ثابت الوصل على احتمالات الصدق والكذب

لمتغيرات الدالة نحصل على قيم صدق محددة للدالة وهو ما توضحه

قائمة الصدق التالية:

P	\wedge	Q
T	T	T
T	F	F
F	F	T
F	F	F

نلاحظ من هذه القائمة أن الحالة الوحيدة التي صدقت فيها الدالة هي
 - وفقا لتعريف ثابت الوصل - حالة صدق p و q معا، وأن لدينا
 ثلاث حالات للكذب.

ثانيا: دالة الفصل

تحدد قيمة صدق دالة الفصل $p \vee q$ على أساس معنى ثابت
 الفصل الذى ينص على أن - وفقا لماهر عبد القادر - {دالة الفصل
 تكون صادقة فقط إذا صدقت p و q معا، أو صدقت واحدة وكذبت
 الاخرى، وتكذب إذا كذبت p و q معا}²⁹.

وبتطبيق معنى ثابت الفصل على احتمالات الصدق والكذب لمتغيرات
 الدالة نحصل على قيم صدق محددة للدالة وهو ما توضحه قائمة
 الصدق التالية:

²⁹ ماهر عبد القادر، مرجع سابق، ص 75.

P	V	Q
T	T	T
T	T	F
F	T	T
F	F	F

ثالثاً: دالة الاستلزام

تتحدد قيمة صدق دالة الاستلزام $p \rightarrow q$ على أساس معنى ثابت

الاستلزام الذى ينص على أن - وفقاً لماهر عبد القادر - {دالة

الاستلزام تكون كاذبة فقط إذا صدقت p و كذب q ، وتصدق فيما

عدا ذلك من الحالات} ³⁰.

³⁰ ماهر عبد القادر، مرجع سابق، ص 76.

وبتطبيق معنى ثابت الاستلزام على احتمالات الصدق والكذب

لمتغيرات الدالة نحصل على قيم صدق محددة للدالة وهو ما توضحه

قائمة الصدق التالية:

P	\rightarrow	Q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F

رابعاً: دالة التكافؤ

تتحدد قيمة صدق دالة التكافؤ $p \leftrightarrow q$ على أساس معنى ثابت

التكافؤ الذى ينص على أن - وفقاً لماهر عبد القادر - {دالة التكافؤ

تكون صادقة فقط إذا صدقت p و q معا ، أو إذا كذبت p و q معا

، وتكذب فى حال صدق أحدهما وكذب الاخرى} ³¹.

³¹ ماهر عبد القادر، مرجع سابق، ص 76.

وبتطبيق معنى ثابت التكافؤ على احتمالات الصدق والكذب لمتغيرات الدالة نحصل على قيم صدق محددة للدالة وهو ما توضحه قائمة الصدق التالية:

P	\leftrightarrow	Q
T	T	T
T	F	F
F	F	T
F	T	F

خامسا: دالة النفي

تحدد قيمة صدق دالة النفي $\sim p$ على أساس معنى ثابت النفي الذي ينص على أن - وفقا لماهر عبد القادر - اذا كانت القضية p صادقة فإن q كاذبه، والعكس صحيح³².

³² ماهر عبد القادر، مرجع سابق، ص 76.

وبتطبيق معنى ثابت النفي على احتمالات الصدق والكذب لمتغيرات

الدالة نحصل على قيم صدق محددة للدالة وهو ما توضحه قائمة

الصدق التالية:

p	$\sim p$
T	F
F	T

فى إطار عرضنا للمفاهيم والاليات الاساسية فى منطق القضايا تبقي لنا

الاشارة الى آليتين أساسيتين. أولاهما هى آلية حساب قيم صدق الدوال

التي تحتوى على أكثر من متغيرين، وثانيهما هى آلية تحديد الثابت

الرئيسي فى دوال الصدق التي تحتوى على أكثر من ثابت. وفيما يلي

عرضا لهاتين الآليتين.

6. حساب قيم الصدق لأكثر من متغيرين

تعلمنا مما سبق أنه إذا احتوت دالة الصدق على قضية واحدة، وهي التي يشار إليها بمتغير واحد - كما هو في حالة السلب - فإن لدينا عدد (2) قيمة صدق (صديق، كاذب). أما إذا احتوت دالة الصدق على متغيرين - كما هو الحال في باقي دوال الصدق، مثل الفصل والاستلزام - فإن لدينا عدد (4) قيم صدق لكل متغير. أى أن احتمالات الصدق والكذب تتضاعف في كل مرة نضيف فيها متغير جديد للدالة. تقسم قيم الصدق حسب حالات الصدق والكذب على النحو التالي:

- المتغير الأول: قيمتين صدق يليهما قيمتين كذب.

P
T
T
F
F

- المتغير الثانى: قيمة صدق تليها قيمة كذب تليها قيمة صدق تليها قيمة كذب.

Q
T
F
T
F

أما إذا احتوت دالة الصدق على أكثر من متغير لزم ذلك - وفقاً لماهر عبد القادر³³ - أن نستعين بالقانون التالى لتحديد قيم الصدق والكذب فى الدالة:

قيم صدق الدالة = (2)^{عدد المتغيرات}

³³ انظر ماهر عبد القادر، مرجع سابق، ص 77-78.

يشير العدد 2 الموضوع بين الأقواس إلى قيمتي الصدق والكذب. أما عدد القضايا المشار إليه فوق الأقواس فيعتبر بمثابة الأس في الجبر العادي. نوضح ذلك بالمثال التالي:

افترض أن لدينا دالة صدق ذات ثلاثة متغيرات التالية:

$$P \rightarrow (Q \vee R)$$

ونريد تصميم قائمة صدق لتحديد قيم الصدق فيها، فإن علينا أن نطبق القانون السابق كالاتى:

قيم صدق الدالة = (2) عدد المتغيرات

وعدد المتغيرات فى الدالة = 3

∴ قيم صدق الدالة = (2)³

$$8 = 2 \times 2 \times 2 =$$

أى أن لدينا ثمانى قيم للصدق والكذب بالنسبة لكل قضية، نوزع هذه القيم

على المتغيرات على النحو التالي:

المتغير الأول (P): نعطيه 4 قيم صدق يليها 4 قيم كذب.

المتغير الثانى (Q): نعطيه 2 صدق - 2 كذب - 2 صدق - 2 كذب

على التوالي.

المتغير الثالث (R): نعطيه واحدة صدق - واحدة كذب على

التوالى.

توضح ذلك قائمة الصدق التالية (بعد استبعاد الثوابت):

P	Q	R
T	T	T
T	T	F
T	F	T

T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

وهذا التوزيع ينطبق على أى عدد من القضايا (أو المتغيرات). فمثلا لو

احتوت الدالة على 4 متغيرات مثل: P, Q, R, D لكانت قيم صدق هذه

الدالة - وفقا للقانون - $(2)^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ أي

وتوزع فى قائمة الصدق على النحو التالى:

P	Q	R	D
T	T	T	T
T	T	T	F
T	T	F	T

T	T	F	F
T	F	T	T
T	F	T	F
T	F	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	T	F
F	T	F	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	T	F
F	F	F	T
F	F	F	F

7. مجال عمل الثوابت

تنشأ أهمية تحديد مجال عمل الثوابت المنطقية عند تعدد هذه الثوابت في الدالة الواحدة. تعدد الثوابت في الدالة الواحدة دون تحديد لدور كل ثابت وعلاقته بالثوابت الأخرى يؤدي إلى اللبس في تفسير معنى الدالة ومن ثم اللبس في تحديد قيم صدقها.

تأمل دالة الصدق السابقة:

$$P \rightarrow (Q \vee R)$$

ولاحظ وضع دالة الفصل $(Q \vee R)$ بين "قوسين" ، وعدم صياغة الدالة

ككل على النحو التالي:

$$P \rightarrow Q \vee R$$

فهي صيغة رمزية غير صحيحة وملتبسة، حيث تحول الدالة إلى مجموعة رموز بلا معنى أو دلالة محددة، وعليه ينشأ الخلط من جانبنا تجاه دور أو مجال كل ثابت.

وعلى ذلك، تلعب "الأقواس" brackets بأنواعها المختلفة الدور الرئيسي في تحديد مجال عمل الثوابت. كما أن تغيير مواضع الأقواس يؤدي إلى اختلاف المعنى الوارد في الدالة كلها. تأمل الفارق بين الدالتين التاليتين:

$$P \vee (Q \rightarrow R) \bullet$$

$$(P \vee Q) \rightarrow R \bullet$$

بتحويل الصيغتين الرمزيتين إلى مقابلهما اللغوي نحصل على القراءتين التاليتين:

• الدالة الأولى: الفصل بين P و دالة الاستلزام بعنصريها (Q, R) .

• الدالة الثانية: الفصل بين (P, Q) يستلزم R .

وهما لذلك صيغتان رمزيتان مختلفتان، رغم احتوائهما على نفس المتغيرات ونفس الثوابت، والسبب في ذلك "الأقواس" التي حددت مجال عمل هذه الثوابت.

يوضح محمد قاسم أن "للاقواس دور هام في صياغة دوال وتعريفات واستدلالات المنطق الرمزي. وللاقواس أنواع عديدة أبسطها هو (...)، ويحتويه قوس أكبر وهو [...] ونربط بينهما هكذا: [(...) (...)] ، ثم هناك نوع ثالث يتضمن النوعين السابقين هو {...} ، ويحتوى ما سبقه من أقواس هكذا:

$$^{34} \{ [(...) (...)] [(...) (...)] \}$$

وعن استخدام أنواع متعددة من الأقواس لتحديد مجال عمل الثوابت يشير كلا من تيريل Terrell و بيكر Baker إلى أن "استخدام مزيد من الثوابت أدى إلى استخدام مزيد من الأقواس لكي تحدد المعنى وتساعد

³⁴ محمد قاسم، مرجع سابق، ص 70.

على كشف طبيعة العلاقة بين عناصر الدالة المطولة. ولقد اتفق المنطقة

على نظام للأقواس يأتي على هذا الترتيب:

$$^{35} \langle \{ | < \{ [()] \} > | \} \rangle$$

³⁵ Terrell, D. , Baker, R., (1967), Exercises in Logic, Holt & Rinehart and Winston Inc., USA, p90. نقلا عن محمد قاسم، مرجع سابق، ص70.



الفصل الثاني

مدخل إلى منطق المحمول

الفصل الثاني

مدخل إلى منطق المحمول

1:2 ماهية منطق المحمول

إن الطريق الذي نسلكه من أجل الإلمام بكنهه أي علم من العلوم، أو أي من أقسامه، يبدأ أولاً بإلقاء الضوء على تعريفاته، وكذا على المصطلحات المستخدمة في الإشارة إليه، وما تحمله تلك المصطلحات من دلالات. ويبدو أن تعدد المسميات التي تطلق على المنطق الرمزي هي صبغة قد أضفاها هو على عدد من نظرياته، من بينها نظرية "منطق المحمول" predicate logic.

والى جانب تعدد التعريفات الشارحة لهذا الجزء من المنطق الرمزي، تعددت بالقدر نفسه المصطلحات الدالة عليه، "والتي اشتقت من

الموضوعات التي يبحثها.⁽³⁶⁾ فهو: منطق أو حساب المحمول
 predicate calculus، أو حساب دالات القضايا Propositional
 function، أو منطق الدرجة الأولى First-Order Logic، أو نظرية
 المتغيرات الظاهرية Theory of Apparent Variables، أو نظرية
 التسوير (أو التكميم) Quantification Theory، والتي لا تشير في
 مجملها إلى نظريات مختلفة، بل في حقيقتها تشير إلى نظرية واحدة، إلا
 أنه ينظر إليها من أوجه عدة.

وقبل تناول كل مصطلح من المصطلحات السابقة بالشرح
 والتحليل، تجدر الإشارة أولاً إلى بعض من تعريفات هذه النظرية.

1:1:2 تعريفاته

❖ من اشمل التعريفات التي عبّرت عن هذه النظرية هو ما قدمه
 أستاذنا د. ماهر عبد القادر في كتابه "نظريات المنطق الرياضى"، وهو:

³⁶ - محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي: بحث في الحساب التحليلي
 والمصطلح، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، 1991، 209.

”أن منطق المحمول هو تلك النظرية المنطقية التي تنفذ إلى البناء الداخلي للقضية في كل تفصيلاتها، ويعبر عن هذا البناء بلغة رمزية متكاملة تستفيد بالتعبير الرمزي المؤلف في منطق القضايا.“^(١)

”فإذا ما نظرنا إلى الاختلاف الأساسي بين منطق القضايا Propositional Logic ومنطق المحمول، فسنجد أنه يتمثل في أن الأول يتناول القضية كلها كوحدة واحدة as a whole، حيث يضع لها رمزا واحدا، ثم نقوم بإجراء حساب قيم الصدق والكذب في ضوء العلاقات المنطقية القائمة بين القضايا.“^(٢) فمنطق القضايا يتعامل مع حجج Arguments، مثل:

إذا لم يتحد المصريون، فإنهم سوف ينهزموا

اتحد المصريون

إذن، المصريون لن ينهزموا *

^١ - ماهر عبد القادر محمد، نظريات المنطق الرياضى، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، 2000، ص 124

^٢ - المرجع السابق، نفس الصفحة.

* يشير الخط الموضوع بأسفل كل جزء من الحجة إلى أن هذا الجزء يقابله رمز واحد في الصيغة الصورية للحجة، وهذا ينسحب على كل الأمثلة التالية.

ومن خلال مفردات لغته، يضع للقضية (يتحد المصريون) رمزا واحدا (p)،
 كما يضع للقضية (سوف ينهزموا) أيضا رمزا واحدا (q)، ثم يستخدم
 ثابتي اللزوم (\rightarrow)، والنفي (\sim) لإظهار العلاقات القائمة بين هذه القضايا،
 فتصبح الحجة السابقة على الصيغة الآتية:

$$\sim p \rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore \sim q$$

وأحيانا على الصورة:

$$\sim p \rightarrow q, p \therefore \sim q$$

وهي الصورة التي تتعامل بها غالبية الكتابات المنطقية الحديثة.

”أما منطق المحمول، فيتناول القضية تفصيلاً، فيضع في الاعتبار
 حدودها كل على حدة، فيرمز للموضوع، وللمحمول أيضا -بطريقة تغاير
 الطريقة التقليدية-، كما يضع رمزا للسور الكلى Universal Quantifier،
 وآخر للسور الوجودى Existential Quantifier،

إضافة إلى الثوابت المنطقية التي يتفق فيها مع منطق القضايا.⁽³⁷⁾
 فمنطق المحمول يتعامل -إضافة إلى الحجج السابقة- مع حجج أخرى،
 مثل:

كل منتحر يائس

كل يائس ليس بمؤمن

إذن، كل منتحر ليس بمؤمن

ومن خلال مفردات لغته، يضع رمزاً خاصاً بكل جزء في القضية، فتصبح
 الحجة السابقة على الصيغة الآتية:

$$\forall x(Mx \rightarrow Yx), \forall x(Yx \rightarrow \sim Nx) \therefore \forall x(Mx \rightarrow \sim Nx)$$

وسيتضح هذا المثال أكثر عند التعرض للغة منطق المحمول.

❖ يعضد التعريف السابق، تعريف سيمون بلاكييرن S.Blackburn،

في قاموس أوكسفورد للفلسفة، والذي يصف منطق المحمول بأنه:

الحساب المنطقي الذي تشتمل التعبيرات فيه على حروف ترمز إلى: محمولات، ومتغيرات، وأسوار، وأسماء، ورمز للثوابت المنطقية، إضافة إلى تعبيرات دالات الصدق، والمتغيرات القضية الموجددة فى منطق القضايا.⁽³⁸⁾

إذا كان قد اتضح لنا من التعريف الأول الهدف من منطق المحمول، وهو النفاذ إلى البنية الداخلية للقضية، والتعبير عن هذه البنية بصيغة رمزية، فإن التعريف الحالى يبرز لنا الأدوات التى تحقق لنا ذلك الهدف، من خلال إشارته لمفردات لغة منطق المحمول، وهى: المحمولات، المتغيرات، الأسماء، الثوابت... الخ

❖ أما هوارد بوسبسل H.Pospesel، فيعرفه فى كتابه عن "منطق المحمول" بأنه: "منطق الحدود العامة Logic of General Terms"
⁽³⁹⁾، ويقصد بالحدود العامة تلك الحدود التى تشير إما إلى كليات أو إلى جزئيات. فإلى جانب اهتمام منطق المحمول بتحليل البنية الداخلية للقضايا، قد اختص عن سواه بالتعبير عن القضايا التى ترد فيها حدود

³⁸ -Blackburn, S., The Dictionary of Philosophy, Oxford University Press, Oxford, 1994, pp298-299.

³⁹ -Pospesel, H., Predicate Logic: Introduction to Logic, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1976, p4.

عامة، وهذا ما يفتقر إليه منطق القضايا. وإذا نظرنا إلى المثال السابق الخاص بمنطق المحمول، وأردنا التعبير عنه بلغة منطق القضايا، فحتمًا سوف تكون النتيجة خاطئة، لاعتمادها على لفظة (كل)، والتي لم يضع لها الاخير رمزاً يحددها. " فالملح الأساسي لهذه النظرية إذن هو أنها ابتكرت لغة صورية Formal Language لتمثيل الحجج المشتملة على تعميمات Generalizations " (40)

❖ أما كلاً من بيسون A.Basson، واوكونر D.Oconnor، فيعرفانه في كتابهما "مقدمة في المنطق الرمزي"، بأنه: " فرع من فروع المنطق التي تشتمل على منطق القضايا، وتتجاوزه. فهذا الفرع يشتمل على منطق القضايا، بمعنى، إذا كانت إحدى الصيغ في هذا المنطق -القضايا- سليمة، صارت صيغة المحمول المناظرة لها سليمة أيضاً، ولكن منطق المحمول يتجاوز منطق القضايا، بمعنى، أنه -منطق المحمول- يجعل بناء مادة القضية ظاهراً، ويصبح بسبب ذلك قادراً على أن يعنى بـ

40 -Boden, M., Artificial Intelligence, p657.

البراهين التي تتخطى مجال منطق القضايا، وفقاً لما تتصف به من تعقيد.⁽⁴¹⁾

وتكمن أهمية هذا التعريف في إبرازه للتداخل بين منطق المحمول ومنطق القضايا من ناحية، وبين الفروق بينهما من ناحية أخرى. فالأول يعد امتداداً للثاني إلا أنه يتجاوزه.

2:1:2 مصطلحاته

أما عن المصطلحات الدالة على هذه النظرية، فإن تعددها يرتبط بتعدد نظرة المنطقة إلى مكونات أو عناصر هذه النظرية، وما تتميز به عن مثيلاتها. وإليك جملة هذه المصطلحات وما تعنيه تفصيلاً:

✓ برغم تعدد هذه المصطلحات، إلا أن من أبرزها الآن وأكثرها شيوعاً واستعمالاً -سواء بين المنطقة المعاصرين، أو بين مختلف العلماء الذين يتعاملون بها - هو "منطق المحمول، أو منطق الدرجة الأولى، أو

²- بيسون، اوكونر، مقدمة في المنطق الرمزي، ص174-175.

أحياناً المصطلحان معا فتسمى النظرية بمنطق المحمول من الدرجة الأولى.⁽⁴²⁾

والباحث إذ يأخذ بهذا المصطلح من منطلق أن نتحدث لغة واحدة على الأقل مع من يشتغلون بنفس التخصص، كما يفضل الباحث أن يستعمل كلمة "منطق" وليس "حساب"؛ فبالرغم من أن الثانية تعنى "الحساب المنطقي الذي يتناول القضايا بدلاً من الأعداد، في صورة رمزية خالصة"⁽⁴³⁾، إلا أن كلمة "منطق" هي الأنسب، لسببين:

الأول: أن إطلاق كلمة "حساب" على النظرية يضيف عليها صبغة رياضية، في حين أن هذه النظرية - كما سيتضح - أخذت في التبلور والظهور في فترة تالية على سيطرة النزعة الرياضية على دراسة المنطق، وحلت محلها النزعة الفلسفية.

الثاني: أن كلمة منطق أصبحت هي الأكثر استخداماً واقترباً بكل نظرية منطقية على حدة، فاصبح يطلق على نظرية القياس مثلاً -

³ - انظر في ذلك مثلاً:

-Tymoczko, T., Henle, J., Sweet Reason: A Field Guide to Modern Logic, Springer, 2000, p183.

¹ - محمود فهمي زيدان، مرجع سابق، ص204.

"منطق القياس" Syllogism Logic، وكذلك فالنظريات الأساسية في المنطق الرمزي أصبحت تعرف بمنطق القضايا، ومنطق الفئات، ومنطق العلاقات، بدلاً من "حساب...". كما النظريات الحديثة في المنطق الرمزي تعرف "بمنطق..."، مثل: المنطق غير الرتيب، والمنطق المرن...الخ.

أما عن كلمة "محمول" Predicate، فإن لها أيضاً دلالات متعددة، منها:

- 1- "أنه الحد الذى يضاف إلى الموضوع فى القضية أو يسند إليها، أو هو المحكوم به أنه موجود أو ليس بموجود لشيء آخر.
- 2- عند أرسطو المقولات محمولات، تحمل على الجوهر وهو لا يُحمل على شيء، ويقال "محمولات جدلية" على الكليات الخمس.
- 3- تقال المحمولات على صفات الله، وبالأخص عند سبينوزا.
- 4- صفة الجوهر: فيقول ديكارت "حين أرى بوجه عام أن هذه الأحوال أو الكيفيات قائمة فى الجوهر، دون أن انظر إليها إلا باعتبارها متعلقة بذلك الجوهر، اسميها صفات." (44)

²- مراد وهبة، المعجم الفلسفى، ص397.

والمعنى الذى تشير إليه كلمة "محمول" هنا، هو: "أي تعبير قادر على الربط بين حد مفرد واحد Singular Term أو أكثر لتكوين جملة معينة. كما من شأنه أن يظهر أن موجودات معينة تستوفى شرطاً معيناً. "(45)، وإذا كان فريجة -مؤسس النظرية- قد وضعها على الصيغة "دالة-حجة"، فإن المقصود بكلمة دالة هنا - كما سنعرف لاحقاً- هي المحمول.

"أما الحمل المنطقي Logical Predication، فإنه ليس شيئاً آخر سوى التعبير عن الصلة الكمية التى فيها يوجد تصور بإزاء فرد، أو تصوران بإزاء أحدهما الآخر. فإذا كانت هذه الصلة غير معينة - أي إذا كنا غير عالمين بأنها متعلقة بجزء أو بكل أو ليست متعلقة بشيء - فإننا عندئذ لا نستطيع الحمل. "(46) "كما أن الحكم الحملى Predicative Judgment، هو حكم ينحصر فى إثبات محمول ما لموضوع ما، أو نفيه عنه. "(47)

⁴⁵ -Blackburn, S., Op.Cit., p298.

¹ - عبد الرحمن بدوى، المنطق الصورى والرياضى، ص269

² - مراد وهبة، مرجع سابق، ص176.

✓ ويسمى منطق المحمول "بمنطق الدرجة الأولى" First-Order Logic؛ " لأنه يُقصر استخدام الأسوار على الأفراد دون الفئات. فبدأ منطق المحمول بأبسط نوع من القضايا وهي القضايا المفردة Singular Propositions، التي تقرر أن صفة معينة يمتلكها موضوع مفرد، أو أن علاقة معينة تقع بين موضوعين فرديين. ويعبر عنها بثوابت حملية تصف وتربط الحدود وتسمى تعبيراتها بالصيغ الذرية Atomic Propositions، ولا تكون لها قيم صدق إلا بعد تأويلها،" (48) وفي مقابل منطق الدرجة الأولى، يوجد منطق آخر يسمى بمنطق الدرجة الثانية أو العليا Second-Order, or Higher-Order Logic .

ونظراً لأن " الفكرة الأساسية التي يقوم عليها منطق المحمول هي فكرة "دالة القضية" Propositional Function،" (49) ونظراً لأن الصيغة التي وضعها جوتلوب فريجة G.Frege -مؤسس هذه النظرية- لم تعد تتكون من الصيغة "موضوع-محمول" Subject-Predicate، "بل أصبحت

³ - عبد المنعم الحفنى، المعجم الشامل لمصطلحات الفلسفة، مكتبة مدبولي، القاهرة، ط3، 2000، ص841.

⁴ - محمود فهمي زيدان، مرجع سابق، ص220.

تتكون من الصيغة " الدالة والحجة " Function-Argument،⁽⁵⁰⁾ فلقد أطلق على هذه النظرية اسماً " مُشتقاً من المفهوم الأساسي للدالة القضائية "⁽⁵¹⁾، فتسمى: "حساب دالات القضايا"، أو "حساب الدوال"، أو "الحساب المنطقي للدالات الافتراضية."⁽⁵²⁾

"وتستعمل كلمة "دالة" Function جرياً على ما تواضع عليه رجال الرياضيات، إذ يقصدون بها ذلك الرمز الذي يتوقف على معناه معنى رمز آخر، فمثلاً: "س" دالة "ص" في المعادلة $s=2v$ ، لأنك إذا حددت قيمة "س" فقد حددت بالتالي قيمة "ص"، فلو كانت قيمة $s=10$ ، تبع ذلك ان تكون $v=5$ "⁽⁵³⁾، "أما "دالة القضية"، فهي عبارة تشتمل على متغير أو أكثر، بحيث لا تصبح العبارة قضية إلا عندما تتعين قيم

⁵ - نفس المرجع السابق، ص146.

⁵¹ - Reichenbach, H., Elements of Symbolic Logic, The Macmillan Company, New York, 3 ed., 1951, p80.

⁷ - الموسوعة الفلسفية المختصرة، نقلها عن الإنجليزية: فؤاد كامل، جلال العشري، عبد الرشيد صادق، راجعها د.زكى نجيب محمود، دار القلم، بيروت، د.ت، ص1127.

⁸ - زكى نجيب محمود، المنطق الوضعي، ج1، مكتبة الانجلو المصرية، القاهرة، ط6، 1981، 75.

المتغيرات.“⁽⁵⁴⁾ ولعل ذلك ما دعا إلى تشبيه دالة القضية بأنها ” استثمار فارغة، لا تصبح أداة لنقل المعلومات إلا إذا ملئت خاناتها، وإلى أن تملأ تلك الخانات، لا يمكن وصف الاستثمار بأنها صادقة في معلوماتها أو كاذبة.“⁽⁵⁵⁾

”ويجب ألا نخلط بين دالة القضية، ودالة الصدق Truth Function، فالثانية صورة رمزية للقضية المركبة Compound proposition التي تحوى ثابتاً منطقياً، بينما دالة القضية صورة رمزية لأي قضية بسيطة أو مركبة، ومن ثم فإن دالة لقضية أعم من دالة الصدق وأشمل، بحيث يمكن اعتبار كل دالات الصدق دالات قضايا، بينما ليست كل دالة قضية دالة صدق“⁽⁵⁶⁾؛ لأنه إذا كانت دالة الصدق قائمة على وجود الثابت المنطقي، فإن دالة القضية تتناول قضايا ربما لا يرد فيها ثابتاً منطقياً. كما يعد ذلك تمييزاً في حد ذاته بين منطق القضايا ومنطق المحمول، ففي حين يعالج الأول ”دوال الصدق فحسب، معالجة

¹ - عبد المنعم الحفنى، مرجع سابق، ص344.

² - زكى نجيب محمود، مرجع سابق، ص77.

³ - محمود فهمى زيدان، مرجع سابق، ص221.

فى إطار فكرة النسق الاستنباطى Deductive System⁽⁵⁷⁾، فإن الثانى يختص بمعالجة دوال القضايا.

✓ أيضا من المصطلحات التى تطلق على منطق المحمول اسم " نظرية المتغيرات الظاهرية"، و الذى استخدمه برتراند رسل B.Russell للتعبير عن تلك النظرية فى كتاب "برنكيا ماتيماتيكاً". وتعبيرات "المتغير الظاهرى" Bound Variable، و "المتغير الحقيقى" قد طرحها بيانو Peano عام 1897، ولا زالت نفس التعبيرات بنفس المدلول إلى اليوم⁽⁵⁸⁾، فالمتغير الظاهرى هو الذى يذكر مقروناً بسور كلى أو وجودى، بينما الحقيقى غير مرتبط بسور.

✓ وأخيراً، يوجد من بين المناطق من يطلقون على هذه النظرية "منطق التكميم، أو نظرية التسوير"⁽⁵⁹⁾. ولعل السبب فى تلك التسمية، أن

⁴ - محمد ثابت الفندى، أصول المنطق الرياضى، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، 1987، ص192.

⁵⁸ - Bochenski, I.M., A History of Formal Logic, Thomas, I., (tr., ed.), Chelsea Publishing Company, New York, 1970, p353.

⁶ - انظر فى ذلك كلا من:

- نجيب الحصادى، أسس المنطق الرمزي المعاصر، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1993، ص227.

-Makinson, D.C., Topics in Modern Logic, Methuen & Coltd, 1973, p43.

الأساس الذى انطلق منه فريجه فى تناوله لمنطق المحمول كان "إدراكه أنه بحاجة إلى دراسة جديدة للأسوار التى تنطوى عليها القضايا الكلية والوجودية، والتى على إثرها وضع أسس هذه النظرية." (60)

والمدقق يجد أن تعدد التعريفات، وكذا تعدد المصطلحات الدالة على أمر من الأمور، ليست خصيصة من خصائص علم المنطق، وإنما هى ظاهرة عامة فى عالم البحث العلمى، ولا يعد الباحث ذلك بعييب، بل هو ميزة فى حد ذاتها، فهى قرينة أخرى على وجوب وجود ما يسمى "العقل الجمعى"، فالإنسان لا يستطيع بمفرده أن يحيط بكنه الأشياء، ويدرك مغاليق الأمور وحده، فكثير ما تختلط الأوراق، وتتزاحم الفِكر وتتعارض أحياناً، وتبرز الحاجة حينئذ إلى من يعاوننا فى تنظيم مرورها كي تستقيم مساراتها، وتكتمل المنظومة التى تنتمى إليها.

¹ - محمود فهمى زيدان، مرجع سابق، ص 143.

2:2 نظرة تاريخية

1:2:2 المنطق التقليدي

إن الناظر إلى التاريخ الطويل للمنطق، والذي يربو على 2400 عام تقريباً، يجد أنه مُقسَّم إلى مرحلتين: قديم وحديث، أو تقليدي ورمزي، أو أي من التصنيفات شئت، والتي في مجملها تحمل مضموناً واحداً، مفاده أن المنطق الذي نبت في التربة اليونانية، ودعّمته "شروح وإضافات المشائين، والرواقيين، ومناطقة العصر الوسيط، وهو المنطق التقليدي"⁽⁶¹⁾، قد تلاه منطقاً آخر، رغم إغراقه في الصورية، وتسلحه بآليات رياضية، ولغات رمزية، والتي لم يحوى سابقه إلا القدر الضئيل منها، إلا أنه غير منبت عنه، بل يعد في حقيقته تطوراً طبيعياً له، حيث يسلك في تطوره هذا مسلك سائر العلوم - أو على الأقل ما يرتقى منها إلى طبيعة المنطق، كالرياضيات مثلاً- والتي نشأت لتلبية حاجات عملية

²- نفس المرجع السابق، ص 41.

*⁶²، ثم انتقلت رويداً رويداً من تلك المرحلة العملية إلى المرحلة الصورية البحتة.

وعلى ذلك "فارتباط المنطق التقليدي بالمنطق الرمزي، كارتباط الجنين بالجسم البالغ." (⁶³) مما يؤكد أن "هذا المنطق -التقليدي- هو الأساس الذي لا بد أن نشرع منه في دراسة غيره من فروع المنطق الرمزي، فهذا الأخير امتداد له، فهو من ناحية، تصحيح لما قد يكون المنطق التقليدي قد أخفق فيه، وهو من ناحية أخرى، تكملة لذلك المنطق التقليدي بإضافة الجوانب التي لم يعالجها." (⁶⁴)

⁶² * فعلم الهندسة -مثلاً- قد وجد في بادئ الأمر لدى الفراعنة والهنود، من أجل أن يسد حاجات يتعرضون إليها في واقعهم المعاش، وما لبث أن طوره الفيثاغوريون ومن تلاهم في العصور اللاحقة، حتى صار علماً صورياً بحتاً. ولم يكن المنطق ليسلك مسلكاً مغايراً، فلقد كان في البداية وسيلة للتأثير في النفوس، وللبرهنة على سداد هذا السلوك أو ذاك، وبتعاقب السنون، تحول من الإطار العملي في الممارسات اليومية، إلى الإطار الصوري الخالص. انظر في ذلك:

- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار المعرفة الجامعية، إسكندرية، 1987، ص30 وما بعدها.

- الكسندر ماكوفسكي، تاريخ علم المنطق، ص10،9.

⁶³- بيسون، اوكونر، مرجع سابق، ص25.

⁶⁴- محمد مهران، مدخل إلى المنطق الصوري، التصدير.

وفيما يخص منطق المحمول، فلا شك أن تلك النظرية والتي تمثل إحدى اللبئات الأربعة التي تشكّل بناء المنطق الرمزي من خلالها، لم تنشأ فجأة أو من فراغ، بل من الممكن أن نلتمس جذورها -حتى وإن بدت غير ظاهرة- في عمق المنطق التقليدي. فلقد لعب "المحمول" دوراً محورياً ومؤثراً في المنطق التقليدي، من خلال جعل الصيغة "موضوع-محمول" ⁶⁵ Subject- Predicate هي الصيغة الأساسية لكل قضاياها، سواء في تقسيماتها، أو في وضعها في أي استدلال بنوعيه: المباشر، وغير المباشر بمختلف أشكاله وضروبه.

⁶⁵ * إذا ما استعرضنا المباحث المنطقية في المنطق التقليدي، بدءاً من مبحث القضايا، مروراً بالاستدلال المباشر، وصولاً إلى مبحث القياس، فسند أننا منصبة على اعتبار الصيغة "موضوع-محمول" هي النموذج الأوحى الذي تتركب على غرار مختلف قضايا وقواعده. بل سنجد محورية "المحمول" ظاهرة أيضاً في بعض تقسيماته وقواعده، فالقضايا فيه -المنطق التقليدي- تنقسم من حيث ما يضيفه المحمل إلى الموضوع إلى: تحليلية، والتي يكرر فيها المحمول بصورة أخرى دون أن يضيف إليه جديداً، وإلى تأليفية، والتي يضيف فيها المحمول شيئاً جديداً لم يكن الموضوع قد اشتمل عليه مسبقاً. كما أن القضية المحلية فيه، هي تلك القضية التي نسند فيها محمولاً ما إلى موضوع أو ننفيه عنه. وقل مثل ذلك في الاستدلال المباشر، سواء بالتقابل أو بالتعادل، وكذا في الاستغراق، والقياس، والتي يشغل اعتبار "المحمول" فيها حيزاً ليس ببسير في شروطها وقواعدها. انظر في ذلك، مثلاً:

- عزمي إسلام، الاستدلال الصوري، ج1، مطبوعات جامعة الكويت، 1972.

- محمد مهران، مرجع سابق.

ولا يعنى ذلك أن الأفكار التى تأسست عليها نظرية منطق المحمول قد نبعت بشكل مباشر من المنطق التقليدى، بل نجد على العكس من ذلك " أن أرسطو -وهو مؤسس المنطق التقليدى- لم تكن له مساهمة تذكر فى إقامة منطق المحمول، لأنه لم يدرس الأسوار - إلا لمأماً -، كما أنه لم يهتم بدراسة القضية المفردة والقضية الوجودية الاهتمام المرتقب. "⁶⁶ و إنما يرمى الباحث من وراء سرده لنظرة المنطق التقليدى إلى القضية، وأيضاً لمكانة المحمول فيه، إلى أن يبرهن على أنه: إذا كان المنطق التقليدى لم يشارك بشكل إيجابي فى تشكيل النواة الأولى لنظريات المنطق الرمزي، إلا أنه قد شارك -وإن كان بشكل سلبي- فى توجيه أنظار المناطق إلى أن ما به من قصور ومعالجة ناقصة لبعض الأمور، وتحويله على أخرى، لا سبيل إلى تلاشيهِ إلا بإفراز رؤى وأفكار منطقية جديدة، وتقديم وجهات نظر متعددة، تغاير فى مضمونها الوجهة السابقة، والتى فى محصلتها قد شكلت نقطة البدء الأولى على طريق تأسيس نظريات المنطق الرمزي.

³ - محمود فهمى زيدان، مرجع سابق، ص 37.

وقد يكون من المجدى أن يعرض الباحث لتلك النقائص التي استلهم منها المناطقة الجدد البذور الأولى لنظرياتهم، على النحو التالي:

1. كان لاعتبار المنطق التقليدي الصيغة "موضوع-محمول" عظيم الأثر في توجيه انتباه المناطقة الجدد إلى أنه يمكن النظر إلى القضية المنطقية من أوجه متعددة، " فلقد تناول جورج بول - مؤسس منطق الفئات التصنيف الرباعى التقليدى للقضية الحملية تناولاً ينطوى على أن ترمز الحدود إلى أصناف أو فئات لا إلى تصورات...، كما خرج دى مورجان Demorgan على المنطق التقليدى فى اعتبار القضية الحملية الصورة الرئيسية والوحيدة لكل قضية، و إمكان رد أي صورة أخرى للقضية إلى الصورة الحملية؛ فرأى هو أن قضية العلاقة - ما تحوى صنفين من الأشياء بينهما علاقة- صورة من القضية تختلف عن الحملية، ولا يمكن ردها إلى حملية، بل أضاف أنه يمكن رد القضية الحملية إلى قضية علاقة...، وبالمثل استطاع بيرس Peirce أن يقدم قراءة لجبر المنطق تختلف عن قراءة بول، أي أمكنه النظر إلى

المتغيرات فى قوانين الأصناف على أنها دالة على قضايا، وهو بذلك يكون قد وضع حجر الأساس لمنطق القضايا.⁽⁶⁷⁾

أما عن منطق المحمول " فلقد أتى التناول الحديث للقضية المنطقية لينكر أن كل شكل منطقي يجب أن يكون على الصيغة "موضوع-محمول" ، و إنما يراه كتسوير يشتمل على محمولين"⁽⁶⁸⁾. ويثبت ذلك أن تعدد واختلاف نظريات المنطق الرمزي أتى نتيجة للاختلاف وتعدد وجهات النظر المناطق للصيغة الأساسية للقضية المنطقية "موضوع-محمول" الموجودة فى المنطق التقليدى.

2. "ينظر المنطق التقليدى فى نظرية القياس- إلى أنه يمكن تبديل مواضع الموضوع والمحمول، مثل: كل أ هى ب، وكل ب هى ج، إذن كل أ هى ج، بحيث أن الحد (ب) يظهر فى المرة الأولى كمحمول، بينما يظهر هو نفسه فى المرة الثانية كموضوع، إلا أن المنطق الرمزي يضع تمييزاً صارماً بين المحمولات والحدود التى ترمز إلى أشياء"⁽⁶⁹⁾.

¹ - أنظر: المرجع السابق، ص 67 وما بعدها.

⁶⁸ - Blackburn, S., Op.Cit., p298.

⁶⁹ - Ibid., p298.

فمن الملائم للمنطق في سعيه لتحرى الدقة أن يحدد ويميز دلالة أو معنى كل عنصر من عناصر الحجة التي يصيغها.

3. "كل قضية إذا حللناها وجدناها تتألف من محمول وموضوع بينهما رابطة. والمحمول والموضوع كلاهما حد يمكن أن يُفسَّر إن بحسب المفهوم أو بحسب الماصدق. وقد سار المنطق التقليدي على أساس عدم التمييز بين المفهوم و الماصدق؛ فتارة يفسر الموضوع والمحمول في القضية على أساس المفهوم، وتارة أخرى على أساس الماصدق. وكانت النتيجة أن حدث غموض كبير في فهم القضايا وفي الاقيسة؛ لأن التفسير على أساس المفهوم غيره على أساس الماصدق. فمنعا لهذا الغموض جاء المنطق الجديد فاتخذ طريقة واحدة للتفسير وهي التفسير على أساس الماصدق".⁽⁷⁰⁾

4. "إن كل منطق يعتمد على موقفين: أولاً نظرية الاستدلال التي يدخل في إطارها منطق القضايا، وثانياً نظرية الألفاظ الدالة على الكم، أي

² - عبد الرحمن بدوي، مرجع سابق، ص 288.

أسوار القضايا، ويمكن القول باختصار أن أرسطو كان يجهل هذه وتلك
 “⁽⁷¹⁾

2:2:2 هاملتون و"كم المحمول"

إن الفترة الواقعة بين أقول المنطق التقليدي، وشروق المنطق
 الرمزي إبان القرن العشرين لم تكن فترة "فراغ منطقي"، وإنما برز في
 هذه الفترة عدد من المناطق الذين اثروا البحث المنطقي بما قدموه من
 نظريات ورؤى. ولقد كان السير وليم هاملتون S.W.Hamilton
 (1865-1788) أحد هؤلاء البارزين، حيث قدم نظريته المعروفة باسم
 "كم المحمول" *، والتي قد يحدث خلط بينها وبين منطق المحمول نتيجة
 التشابه في المسمى، ويعد هذا ما دفع الباحث إلى التطرق إلى هذه
 النظرية، فإضافة إلى ما تمثله النظرية من نقد للمنطق التقليدي، فإنها قد

³ - اليس امبروز، موريس لازيروفيتش، مرجع سابق، ص 31.

* كانت نظرية كم المحمول مألوفة وقتئذ في أوساط المناطق، ويقترن ذكرها عادة
 بالسير وليم هاملتون. وجرت لهاملتون مع دى مورجان مساجلات حادة دامت عدة
 سنين، نشرت جميعاً في منشورات جمعية كمبردج، وتدور حول اتهام هاملتون أن دى
 مورجان سرق منه نظرية كم المحمول، وأن دى مورجان ادعى سبق اكتشافه لها.
 والحق أن ما يعنينا هنا ليس مكتشف النظرية بقدر ما تعنينا النظرية ذاتها. أنظر:

- محمود فهمي زيدان، مرجع سابق، ص 66.

حملت بعض الأفكار التي تعد ذات صلة بمنطق المحمول، كان من أهمها:

"لقد خصص هاملتون معظم جهده العقلى "لتحليل القضية"، فاسترعى نظره أن المنطق التقليدى أهمل النظرة إلى كم المحمول، والسبب عند هاملتون فى هذا؛ هو أننا ننظر إلى القضية المنطقية على أساس المفهوم، أو بمعنى آخر، أن المنطق التقليدى فى تقسيمه للقضايا، لا يعتبر غير "كم الموضوع، و"كيفية الرابطة"، فنتج عن ذلك أربعة أنواع من القضايا الحملية التقليدية"⁽⁷³⁾. إذن فكرة تحليل البنية الداخلية للقضية المنطقية فكرة قديمة. " الحروف A و I مأخوذة من الحرفين الصوتيين Vowels فى الكلمة اللاتينية affirmo وتعنى "أنا أثبت" affirm I، أما الحرفين E و O فمأخوذين من الكلمة nego وتعنى "أنا أنفى" I deny."

(74)

¹ - على سامى النشار، المنطق الصورى منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، دار المعارف، القاهرة، ط4، 1966، 267-268.

⁷⁴ - Sawa, J.F., Op.Cit., p3.

"إذا كان" التعبير الصريح بالألفاظ" عن كل ما هو موجود ضمناً في الفكر، هو - كما يقول هاملتون - الغرض الأساسي في المنطق، فلا مناص إذن من التعبير الصريح عن كم المحمول؛ لأنه موجود أثناء عملية الحكم. وعلى ذلك قسمت القضايا عند هاملتون من حيث الكم والكيف إلى ثمانية أنواع لا إلى أربعة فقط." (75) ويتضح من هذا أن فكرة التعبير الرمزي عن مكونات القضية المنطقية - وإن كانت ما زالت تقليدية - كانت موجودة أيضاً منذ هاملتون ودي مورجان.

ومما لا شك فيه أن اهتمام هاملتون بتحليل البنية الداخلية من ناحية، وتحويله على أهمية المحمول من خلال تكميمه، وإبراز ذلك بشكل صريح ومعلن - وإن كان قوامه الألفاظ وليس الرموز - قد شكلت خطوة هامة على طريق تأسيس منطق المحمول. كما أن الناظر إلى القضايا الحملية الثمانية التي وضعها هاملتون، يجد أنها نماذج للقضايا متعددة الأسوار في منطق المحمول، مثل: كل الناس بعض الفانين.

² - عبد الرحمن بدوي، مرجع سابق، ص 267.

وبالرغم مما نبهت إليه نظرية كم المحمول، "إلا أنها لم تكن بالنظرية الدقيقة، فوجهت إليها انتقادات عديدة" (76)، كان من بينها " أنها كانت اقرب إلى تعديل المنطق التقليدي، منها إلى المساهمة -الفعالية- فى تطوير المنطق الرمزي. " (77)

وإذا كانت أي نظرية فى أى علم من العلوم تبدأ بفكرة، تطرأ على ذهن عالم، ثم تأخذ فى التبلور والتطور، سواء على يد مبتكرها أو أتباعه، أو حتى من يأتى من بعده، فإن منطق المحمول لم يكن ليسير على عكس هذا المنوال. ويرى الباحث أن الأفكار التى قامت عليها هذه النظرية قد وجدت مُنبئةً فى الإنتاج المنطقى لمجموعة من المناطق، أمثال: بيانو (1858-1932) G.Peano، وفريجة (1848-1925) G.Frega، رسل (1872-1970) B.Russell، وكوين W.Quine وآخرين...

3:2:2 جوتلوب فريجة (1848-1925) G.Frega

³ - محمد مهران، مقدمة فى المنطق الرمزي، ص33.

⁴ - محمود فهمى زيدان، مرجع سابق، ص66.

”اكتشف فريجة بعض أخطاء فى تصور المنطق التقليدى للقضية
 الحملية، كما أشار إلى النقاط المنطقية التى قبلها من المنطق التقليدى
 فى تلك القضية، ودعمها دعماً جديداً، حين عرض ما فى تصور ذلك
 المنطق فى القضية الحملية من حسنات وعيوب، رأى أن لديه ما يقوله
 من صور أخرى من القضية غير القضية الحملية، مثل: قضية الهوية،
 والقضية الوجودى، بل وجد لديه تعريفاً جديداً للقضية المنطقية وتركيبها.
 حين فعل فريجة ذلك، لم يكن يصلح المنطق التقليدى، و إنما أراد الثورة
 عليه، إذ أراد الاستغناء عن لغة "الموضوع-المحمول" واصطناع لغة
 "الدالة والحجة".“⁽⁷⁸⁾

”ولقد كان فريجة أول من طبق فكرة الدالة الرياضية فى المنطق، إذ
 رأى أنه يمكننا النظر إلى القضية لا على أساس أنها مؤلفة من محمول
 وموضوع، و إنما من دالة وحجة. ولقد ربط فريجة بين المحمول والدالة؛
 كيف ذلك؟ سبق له إن ربط الدالة بقيمة الصدق، حين رأى أن بالدالة
 مكاناً خالياً إذا ملأناه بحجة، يصبح للدالة قيمة صدق، ومن جهة أخرى

¹ - محمود فهمى زيدان، مرجع سابق، ص132.

ربط المحمول بقيمة الصدق لكنه لم يوضح بطريق مباشر وجه الربط.⁽⁷⁹⁾

”من اليسير أن نجد تفسيراً لهذا الربط: إذا قلنا أن القضية تعبير يحتمل الصدق أو الكذب، نجد أن الصدق والكذب قائم في أن المحمول يُسند إلى الموضوع إيجاباً (صدقاً) أو سلباً (كذباً)، ومن ثم فالمحمول هو الذى يحدد. ومن ثم كانت نقطة بداية فريجة في بناءه المنطقى الضخم هى تطبيق فكرة الدالة، كما أدرك أنه بحاجة إلى دراسة الثوابت المنطقية التى تنطوى عليها القضية المركبة، ومن ثم انطلق إلى وضع أسس منطق الاستنباط -القضايا-، أدرك ثانياً -كما سبقت الإشارة- أنه بحاجة إلى دراسة جديدة للأسوار التى تنطوى عليها القضايا الكلية والوجودية، ومن ثم انطلق إلى وضع أسس نظرية جديدة، سميت فيما بعد "حساب دالات القضايا"، او منطق المحمول. “⁽⁸⁰⁾

جيوسيب بيانو G.Peano (1858-1932)، كما سبق لفريجة أن ادخل فكرة الدالة والحجة في المنطق كأساس لوضع أصول نظرية منطق

²- نفس المرجع، ص145.

³- نفس المرجع، ص146.

المحمول؛ "فلقد سبق لبيانو أيضاً أن عرف دالة القضية وبحثها لإمكان اشتقاق الرياضيات من مبادئ منطقية. بل أكثر من ذلك ، إنه توصل إلى أفكار السور الكلى والوجودى، وبعض قوانين منطق المحمول، ووضع كل ذلك فى صيغ رمزية خالصة." (81)

4:2:2 برتراند رسل B.Russell (1872-1970)

إلى جانب فريجة وبيانو، يأتى برتراند رسل، "الذى عرف دالة القضية أولاً من بيانو واستفاد بمواقفه حين كتب "مبادئ الرياضيات"، لكنه طوّر الفكرة، كما طوّر مبادئ منطق المحمول أكثر مما فعل فريجة وبيانو." (82) "ومن الناحية التاريخية، عرض رسل بعض أفكاره الخاصة بمنطق المحمول فى المقالة التى نشرها عام 1908 تحت عنوان " المنطق الرياضى مستنداً إلى نظرية الأنماط؛ إلا أنه فى القسم الثانى من الجزء الأول من "مبادئ الرياضيات" قد طور النظرية تطويراً دقيقاً تحت اسم

⁴- نفس المرجع، ص127.

¹- نفس المرجع السابق، ص221.

نظرية المتغيرات الظاهرية. عندما تبين أن القضية العامة -الكلية- هي في جوهرها قضية شرطية متصلة، فاتجه إلى صياغة أفكاره المنطقية صياغة جديدة “ (83)

ومن ناحية أخرى، إذا كان منطق المحمول قد أتى لأجل تحليل البنية الداخلية للقضية، فإن رسل قد اسهم في إظهار هذه البنية من خلال عرضه لطريقتين لتحليل القضية إلى موضوع ومحمول، فمثلاً: “في القضية المعبرة عن العلاقية “أ يكون أكبر من ب” يمكننا -حسب رأى رسل- أن نعتبر “أ” هي الموضوع، و “...يكون أكبر من ب” هي المحمول، أو أن نعتبر “ب” هي الموضوع، و “أ يكون أكبر من ...” هي المحمول، حيث يجب أن يحتوى المحمول دائماً على فعل، وفيما عدا هذا لا يبدو أن للمحمولات خواص عامة تقوم دائماً بها “ (84). وإذا كان كلا من بيرس وفريجة قد وسعا من نطاق عملية التسوير، بحيث أصبحت لا تشتمل على أفراد فحسب، بل على خصائص وعلاقات،

² - ماهر عبد القادر محمد، مرجع سابق، ص 123، 124.

³ - برتراند رسل، أصول الرياضيات، ترجمة د. محمد مرسى أحمد، د. أحمد فؤاد الاهواني، ج1، دار المعارف بمصر، 1965، ص 90.

ودالات فردية، فان رسل وهوايتهد قد ذهباً بها إلى مدى ابعده، حيث جعلوا التسوير يغطي علائق العلاقات وهكذا...”⁽⁸⁵⁾

5:2:2 البداية الفعلية للظهور

إذا ما أردنا تحديد البداية الفعلية لظهور وزيادة هذه النظرية تاريخياً، فيمكن القول أن ”هذه النظرية كان يُعتقد بأنها لا تشكل موضوعاً أساسياً بين موضوعات المنطق الرمزي، في صورته التقليدية على الأقل“⁽⁸⁶⁾؛ ”فحتى عام 1900 تقريباً، كان المنطق الرمزي مُتصوراً كنظرية في القضايا والفئات والعلاقات فحسب، وحتى بعد الحرب العالمية الأولى WWI وقبل عام 1930 كان نسق الدرجة الثانية، وكذا نظرية الأنماط هما الشغل الشاغل للمنطق الرمزي في تلك الفترة. وخلال عام 1930 بدأ بعض من جمهور المناطق في إبراز منطق المحمول على أنه النسق الأساسي للبحث في المنطق والرياضيات. وفقط في الفترة ما بين 1940

⁸⁵ -Boden, M., Op.Cit., p657.

⁵ - محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص196.

إلى 1950 توصل جمهور المناطق كل إلى الاتفاق على أن منطق المحمول هو النسق المنطقي النموذجي.⁽⁸⁷⁾

”وبعد الحرب العالمية الثانية فضّل الجيل التالي من المناطق اعتبار منطق المحمول هو النسق الطبيعي للمنطق، كما أصبح مألوفاً لمؤرخي العلم حقيقة أن كل تغيير عميق يحدث بحق دون مقاومة؛ ومثال ذلك أن تشيرش Church في مقدمته للمنطق الرياضي (1956)، قد سار على نهج هيلبرت Hilbert، حيث امسك عن الحديث عن منطق الدرجة الثانية، كما ركز في عرضه على منطق الدرجة الأولى، كما نجد أن في هذا الوقت تقريباً، أن العديد من الفلاسفة قد تناولوا هذه النظرية بشيء من الاهتمام والدراسة، ولعل ويلارد كواين Quine كان من أبرزهم “⁽⁸⁸⁾.

3:2 علاقة منطق المحمول بمنطق القضايا

1:3:2 عمومية العلاقة

⁸⁷- The Road Ferreiros, J., To Modern Logic: An Interpretation, The Bulletin of Symbolic Logic, vol. 7, Issue 4, Dec., 2001, p448.

⁸⁸-Ibid., p448.

تكاد تنطلق معظم الكتابات المنطقية في معرض حديثها عن منطق المحمول من نقطة رئيسية مؤداها أن هذه النظرية هي التطور الطبيعي لمنطق القضايا، أتى ليلبي مطالب منطقية عجز الأخير عن إنجازها بجهازه الرمزي المعروف، مما تتطلب وجود لون منطقي آخر، ذو جهاز رمزي مُعدّل، يستطيع أن يستوعب تلك القضايا ذات الطبيعة الجديدة. إلا أن الباحث يخشى أن يفهم البعض أن العلاقة في المنطق الرمزي محصورة بين هاتين النظريتين فقط، ولا يوجد رابط بينهما وبين النظريتين الأخيرتين - منطق الفئات ومنطق العلاقات - ومن ثم وجبت الإشارة أولاً إلى عمومية العلاقة بين نظريات المنطق الرمزي ككل، ومحورية منطق القضايا بينهم جميعاً، قبل الحديث عن خصوصية العلاقة التي تربط بين منطق المحمول ومنطق القضايا.

يدعم الرأي السابق " ملاحظة أن فريجة - واضع مبادئ نظريات المنطق الرمزي الأربعة عام 1879 - لم يعرض نظرياته الواحدة مستقلة عن الأخرى، على النحو الذي فعله أصحاب البرنكيبا فيما بعد، وإنما

عرضها جميعاً وكأنها أجزاء من نظرية واحدة.⁽⁸⁹⁾ وأيضاً إذا كان غرض الباحث هو الحديث عن منطق المحمول وتطوره، فإن جوسيه فيروس J.Ferreiros يقول: "عندما نحاول إجمال وتفسير العملية التي أفضت إلى وجود المنطق الرمزي - ويقصد تاريخياً - سوف نركز على منطق المحمول؛ لأنه يتعذر تمييز تطوره كنظرية عن نشأة مجمل النظرية المنطقية الحديثة."⁽⁹⁰⁾ مما يدل على ترابط النظريات المنطقية، فعندما نتحدث عن تاريخ إحداها فكأنما نتحدث عنها جميعاً.

"إذا كان المنطق الرمزي يشتمل على نظريات أربعة أساسية: منطق القضايا، منطق المحمول، منطق الأصناف أو الفئات، منطق العلاقات، فإن للنظرية الأولى سبقها المنطقي وإن تأخرت صياغتها في الزمن، إذ انتظرت فريجة ليضع أصولها؛ لها السبق المنطقي بمعنى:

1- أن موضوعها هو وضع قواعد الاستنباط، وهو لازم للنظريات الثلاثة الأخرى.

³⁻ محمود فهمي زيدان، المرجع السابق، ص 150.

⁹⁰⁻ Ferreiros, J., Op.Cit., p441.

2- أن بالرغم من أن لكل من النظريات مصطلحها الرمزي المستقل، فإنها جميعاً تستخدم جزءاً كبيراً من النسق الاستنباطي لنظرية حساب القضايا وقوانينه، كمقدمات.⁽⁹¹⁾

وعلى ذلك، يمكن اعتبار منطق القضايا "نقطة البداية لدراسة المنطق الرمزي".⁽⁹²⁾ كما يمكن أن نعدّها "الأساس الذي تقوم عليه بقية النظريات الأخرى".⁽⁹³⁾ ولا نجد أبلغ من تشبيه أستاذنا د. ثابت الفندى لنظريات المنطق الرمزي؛ فيشبهها بأنها "طوابق يقوم بعضها فوق بعض، وتستند كلها بطريق الاشتقاق - التعريف والاستنباط - القائمة على الصدق والكذب المنطقيين في القضايا المختلفة. وسبب اختلاف الحساب المنطقي إلى طوابق هو أن الحساب الأولى منها يعالج أقل عدد من الثوابت المنطقية التي تقوم بين الصدق والكذب، وكل حساب أو منطق لاحق يدخل ثابتاً جديداً أو أكثر يشتق بالتعريف مما سبقه من الثوابت الأولية القليلة، كما تبرهن قضاياها بالاستنباط من قضايا ما سبقه من أنواع

²- محمود فهمي زيدان، مرجع سابق، ص 219.

³- بيسون، أوكونر، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 45.

⁴- محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 61.

الحساب، هذا وتؤلف أنواع الحساب المختلفة نسقاً واحداً يستند برمته إلى ثوابت وقوانين الحساب الأولى.⁽⁹⁴⁾

2:3:2 خصوصية العلاقة

أما عن علاقة منطق المحمول بمنطق القضايا، "فإن منطق المحمول ومنطق القضايا مرتبطان بشكل عميق، فكل رموز منطق القضايا تظهر في صيغ formulas منطق المحمول، كما أن قواعد الاستدلال الخاصة بمنطق القضايا تستعمل في بناء البراهين الصورية في منطق المحمول."⁽⁹⁵⁾ ومن شدة هذا الارتباط أن نظر البعض إلى منطق المحمول على أنه أحد قسمي منطق القضايا؛ "حيث قسّم البعض البحث في منطق القضايا إلى قسمين:

الأول: هو حساب القضايا بالماصدق، ويسمى الجبر ذو القيمتين Tow-valued algebra.

⁹⁴- ثابت الفندى، أصول المنطق الرياضى، ص117.

⁹⁵- Pospesel, H., Op.Cit., p4.

الثانى: حساب الدوال القضائية أو منطق المحمول.⁽⁹⁶⁾

ولا أدل على خصوصية العلاقة بين منطق القضايا ومنطق المحمول من "أن فريجة قد اهتم بإقامة مبادئ منطق القضايا وحساب الدالات - أو منطق المحمول - وأنه نظر إلى حساب الأصناف وحساب العلاقات على أنهما أوثق بأصول الرياضيات منهما إلى المنطق."⁽⁹⁷⁾ وعلى ذلك، "ولكي نحقق فهماً أفضل لما هو منطق المحمول، فعلينا أن نقارنه بمنطق القضايا."⁽⁹⁸⁾ والحق أن أوجه المقارنة بين المنطقيين هي جد متعددة، إلا أنه يمكن الإشارة إلى بعض منها فى النقاط التالية:

1) "يختلف منطق المحمول عن منطق القضايا فى أوجه متعددة، ويتفق معه فى أوجه أخرى. وعلى وجه العموم، بمقدورنا أن نحكم بأن منطق المحمول "أشمل" من منطق القضايا، وعلى وجه الخصوص، فإن منطق المحمول يتضمن - فضلاً عن مفردات لغة منطق القضايا - مفردات أخرى، كما يتضمن قواعد تركيبية واشتقاقية واستعاضية يختص

¹ - عبد الرحمن بدوى، المرجع السابق، ص 312.

² - محمود فهمى زيدان، المرجع السابق، ص 15.

⁹⁸ - Pospesel, H., Op.Cit., p3.

بها وحده، فضلاً عن تلك التى يتضمنها منطق القضايا.⁽⁹⁹⁾ إذن يمتلك منطق المحمول المصطلح الرمزي الخاص بمنطق القضايا، بالإضافة إلى أنه يتفوق عليه بمصطلحه الجديد الذى يمكنه بالطبع من التعبير عن أنماط مختلفة من القضايا، والتى تعد خارجة عن نطاق منطق القضايا.

(2) ”رغم وجود براهين - تعد على المستوى البدهى سليمة - تعجز أنساق منطق القضايا عن إثبات سلامتها لا يشكك فى صحة تلك الأنساق، إلا أن وجودها استدعى التفكير فى إضافة قواعد جديدة لتلك القواعد التى تتضمنها تلك الأنساق بحيث يتسنى لنا إثبات سلامة أكبر قدر ممكن من البراهين التى نعتد بداهة بسلامتها، تلك هى الغاية التى يرنو مناطقة التكميم - أى الذين يستعملون المنطق التكميمى، أو منطق المحمول - إلى تحقيقها.“⁽¹⁰⁰⁾

وعلى ذلك، لا يتفوق منطق المحمول على منطق القضايا فى اللغة الرمزية فحسب، بل يتفوق عليه أيضاً فى امتلاكه لآليات استدلال متطورة

⁴- نجيب الحصادى، المرجع السابق، ص 227.

⁵- المرجع السابق، ص 229.

تمكنه من إجراء أنماط متعددة من الاستدلال للوصول إلى صحة أو بطلان القضية المصاغة.

(3) "إن منطق القضايا يتناول القضية ككل، دون تمييز بين حدودها، كما أنه لا يتناول السور أو المكمل في القضية، أى ما يدل على كم موضوعها، بينما يسد منطق المحمول هذين النقصين؛ إذ يضع تحليلاً جديداً لسور القضية، ويفسح مصطلحها الرمزي مجالاً لتلك العناصر والأسوار." ⁽¹⁰¹⁾ "ولهذا السبب فإننا ننتهى إلى أن منطق القضايا لا يغنيا عن دراسة تستهدف معرفة مكونات القضايا أيضاً، أى دراسة تتجه إلى تحليل البنية المنطقية للقضايا." ⁽¹⁰²⁾ وهو الدور الذى يلعبه منطق المحمول.

(4) بعد استيضاح الفروق بين منطق المحمول ومنطق القضايا على المستوى النظرى، نأتى لاستيضاح الفروق بينهما على المستوى التطبيقى. "فبرغم أن منطق القضايا نظرية جديرة بالاهتمام، إلا أنه يكاد يكفى بصعوبة فى التطبيقات المستفيضة للمنطق فى الفلسفة، والرياضيات، والعلوم المعرفية. وبالنظر على ما هو متوقع من تطبيقات للمنطق، فإن

¹ - محمود فهمى زيدان، المرجع السابق، ص 219.

¹⁰² - Tymoczko, T., Henle, J., Op.Cit., p193.

منطق القضايا على أفضل تقدير لا يعدو إلا أن يكون نظرة عامة تمهيدية لمنطق المحمول؛ فمنطق القضايا يقدم فقط الصورة المنطقية، بينما الكممات أو الأسوار Quantifiers، والهوية Identity، والمحمولات Predicates هي التي تعطينا القوة التامة للمنطق الرمزي.⁽¹⁰³⁾ ولعل ذلك ما حدا بأهل الذكاء الاصطناعي إلى أن ينصبَّ عملهم على منطق المحمول، وهو الأمر الذي سيبدو جلياً في الفصول التالية.

تبقى حقيقة هامة تجدر الإشارة إليها، وهي "أنه من المهم مراعاة أن انتقالنا من منطق القضايا غير المحللة إلى منطق المحمول لا يمثل حداً فاصلاً أو قطيعة صارمة مع مناهجنا السابقة في التناول؛ إذ ينبني منطق المحمول على منطق القضايا ويستخدم مناهجه وترقيمه طالما كانت هذه صالحة للتطبيق على نماذج جديدة من البناء المنطقي الذي تُعنى به."⁽¹⁰⁴⁾ ويعنى ذلك أن الرموز المستخدمة في المصطلح الرمزي لمنطق القضايا ستبقى صالحة للاستعمال في منطق المحمول، إضافة إلى رموزه الخاصة.

³ - عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، مكتبة الانجلو المصرية، القاهرة، 1970، ص267.

⁴ - بيسون، أوكونر، مرجع سابق، ص172.



الفصل الثالث

منطق المحمول

الفصل الثالث

منطق المحمول

1:3 تمهيد

عندما نتعامل مع المنطق الرمزي ، يجب أن تختلف نظرتنا لمهامه وغاياته عن نظرتنا إلى المنطق التقليدي؛ فلم يعد هو علم التفكير الصحيح، وموضوعه هو وضع القواعد التي من خلالها تُستنبط نتائج من مقدمات دون خطأ فحسب، بل اضطلع بأعباء جديدة ، فرضتها عليه طبيعته المتطورة من ناحية، ومحوريته بين العلوم فهو آلتها وأداتها من ناحية أخرى.

”ولقد كان بناء أدوات تسمح لنا بفهم واختبار الخصائص المنطقية المتعددة للجمال المصاغة في لغات طبيعية Natural language ، من أبرز أهداف المنطق - في ثوبه الجديد -؛ حيث رأى العديد من المناطق، إن لم يكن معظمهم، إبان القرن العشرين، أن الوسيلة لبلوغ هذا الهدف تتأني بإنجاز مهمتين :

الأولى: هى بناء لغات وأنساق صورية Formal

language system ، والتي من خلالها نستطيع تمثيل كل حديث باللغة

الطبيعية، أو على الأقل تمثيل ما هو مهم منه.

الثانية: هى تطوير إجراءات لاختبار صحة هذه اللغات

الصورية.⁽¹⁰⁵⁾

ويأتى هذا الفصل ليقدم عرضاً وتحليلاً لمجمل الأسس التى قام

عليها منطق المحمول. وفى سبيلنا لتحقيق ذلك، فإن سياقنا سوف ينقسم

إلى محورين رئيسيين:

أما المحور الأول، فيتناول النظرية من حيث هى "لغة"، مما

يقتضى شرح مفردات هذه اللغة، وضرورتها، وكذا للقواعد التى تتألف

على غرارها، مُعدّداً للقضايا التى تستطيع ترميزها، أى وضعها فى صيغة

رمزية، بدءاً من القضايا المفردة، ومروراً بالقضايا العامة، وصولاً إلى

القضايا اللاقياسية والقضايا متعددة الأسوار. مقرونة بالعديد من الأمثلة

الشارحة لكيفية الترميز.

¹⁰⁵ - Beremann, M. & Moor, J. & Nelson, J., (ed.): The Logic Book, McGraw-Hill, New York, second ed., 1990, p233.

أما المحور الثانى، فيستعرض الآليات Techniques التى من خلالها نستطيع اختبار صحة لغة منطق المحمول، ومن ثم الحكم على أى قضية أو حجة أنها صحيحة أو خاطئة، بدءاً من آلية البرهان الصورى Formal Proof، مروراً بآلية الدياگرامات Diagrams، وصولاً إلى آلية التفسير Interpretation.

2:3 لغة منطق المحمول

لا يكاد يخلو كتاب فى المنطق عامة ، والمنطق الرمزي خاصة ، من الحديث عن اللغة المنطقية ، سواء فى ثوبها التقليدى ، أو فى تطورها الرمزي ، وكأنه أصبح تقليداً مُتَّبَعاً فى الكتابات المنطقية، وما نما هذا التقليد وترسّخ إلا من شعور المناطق وغير المناطق بضرورة هذه اللغة، واحتلالها مكان الصدارة قبل النسق الاستنباطي ، فى البناء المنطقى، إذا ما نظرنا إلى المنطق الرمزي على أنه يحوز خاصيتين : "إحدهما أنه يستخدم الرموز - كلغة منطقية - وثانيهما أنه نسق استنباطى"¹⁰⁶

وتبرز لغة منطق المحمول كواحدة من أهم لغات المنطق الرمزي ، حيث تأتي بعد لغة منطق الفئات ، ولغة منطق العلاقات ، ولغة منطق القضايا ، مثبتة تفوقها على سابقتها برغم استقاداتها من مفرداتهم، خاصة منطق القضايا، وقبل الحديث عن مفردات هذه اللغة بالتحديد ، وكيفية تعاملها مع القضايا المختلفة، تجدر الإشارة أولاً إلى "ضرورة" وجود مثل هذه اللغات المنطقية.

3:2:1 ضرورة اللغة المنطقية

إن أحداً لا يستطيع أن ينكر ما بين المنطق واللغة من علاقة ، "فيغلب على الظن أن نشأة المنطق نفسه مرتبطة بالنحو. فقد بدأت البذور الأولى للمنطق عند اليونان في أبحاث السفسطائية الخاصة باللغة والخطابة والنحو بوجه أخص . ولقد كان للغة أخطر الأثر في تطور الفكر ، لأنها تحيله من فكر عياني إلى فكر مجرد ، وهو المرتبة العليا للتفكير الإنساني ؛ وليست إذن مجرد مرآة تعكس الفكر فحسب. " (107)

² - عبد الرحمن بدوي، مرجع سابق، ص31.

”وإذا كانت اللغة تعبير عن الفكر ، وإذا كان المنطق يبحث في الفكر ، فهو مضطر أيضاً إلى البحث في التعبير عنه ، أى في اللغة. بل إن أهمية دراسة اللغة بالنسبة إلى المنطق لتظهر في أسمه نفسه ، فهو مأخوذ من النطق أو الكلام . ومن هنا كان على المنطق أن يعنى باللغة من ناحية أنها تعبير عن الفكر ، وأن هذا التعبير يجب أن يكون دقيقاً محكماً حتى لا يؤدي ذلك إلى لبس وخطأ في التفكير ، مصدره عدم الدقة أو الخلط في التعبير . فعليه إذن أن يحلل معانى الألفاظ اللغوية والتراكيب ؛ وأن ينتهى من هذا التحليل إلى وضع القواعد الواجبة الإلتباع في التعبير ، حتى يكون الفكر صحيحاً في شكله وفي موضوعه.“⁽¹⁰⁸⁾

ولعل وجود بعض النقائص في اللغة الطبيعية، كان حافزاً للمناطق على استبعاد صلاحيتها لأن تكون لغة منطقية بالمعنى الحقيقي ، ”فالغاية من اللغة العادية الطبيعية أن تُشبع الحاجات العملية ، ولهذا لا يعنيتها كثيراً أن تدقق أكثر مما يقتضيه هذا الغرض ، كما أنها تمتاز بالناحية المنطقية العاطفية والانفعالية مما جعل عنايتها بالدقة أقل. كما أن اللغة كائن حي متطور ، ومن شأن هذا التطور أن يجعل الألفاظ مشتركة

¹⁰⁸ -المرجع السابق، ص 32.

المعاني ، مما يؤدي إلى عدم الدقة كذلك. ولذا نراها تخطط بين الفروق التي تقوم عليها كل برهنة دقيقة. وتكون أحياناً بسيطة بينما الأفكار التي تعبر عنها مركبة.“⁽¹⁰⁹⁾ ولذا أصبحت الحاجة ماسة لوجود لغة اصطناعية عوضاً عن هذه اللغة الطبيعية ؛ يتسنى من خلالها تحقيق الأهداف المرومة للمنطق.

وإذا نظرنا إلى الفروق بين المنطقين التقليدي والرمزي، لوجدنا أن استعمال لغة منطقية قوامها الرموز لهو من أبرز هذه الفروق ، “فلقد كانت وسيلة التعبير في المنطق التقليدي - وهي ألفاظ اللغة - أقل دقة وأدعى إلى الوقوع في الخطأ ، منها في المنطق الحديث الذي يستخدم بدلاً من الألفاظ الرموز المختلفة.“⁽¹¹⁰⁾ “وسعياً من المنطق الرمزي إلى تحقيق أكبر قدر ممكن من الدقة ، وجد أنه لا سبيل إلى هذه الغاية إلا باستخدام لغة مكونة من علامات مرئية لا يتغير شكلها. ومثل هذه اللغة لا يستغنى عنها علم من العلوم“⁽¹¹¹⁾ “وأضحى من مميزاته استخدامه

¹⁰⁹ - نفس المرجع، ص 280.

¹¹⁰ - عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص 21.

¹¹¹ - يان لوكاشيفتش، نظرية القياس الأرسطية: من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث ، ترجمة عبد الحميد صبره ، منشأة المعارف، إسكندرية، 1961، ص29.

رموز عقلية أو ايدوجرامات Ideograms التي تشير مباشرة إلى التصورات بدلاً من العلامات الصوتية أو الفونوجرامات Phonograms التي تشير مباشرة إلى الأصوات وإن كانت تشير إلى التصورات أيضاً ولكن بطريقة غير مباشر. ⁽¹¹²⁾ ولعل هذا ما حفّز رجال المنطق الرمزي إلى "عدم الاكتراث كثيراً بالحجج التي تصاغ في قوالب لغوية حرة ، بقدر ما يهتم بالتفكير في لغات صورية." ⁽¹¹³⁾

"ولا يقتصر الأمر في المنطق الرمزي على مجرد استعمال رموز من أحرف الهجاء أو غيرها ، لتحل محل الحدود أو القضايا ، وإلا لكان مجهوده كلعبة صبيانية لا طائل من وراءها يستحق من القائمين به كل هذا الجهد." ⁽¹¹⁴⁾ وإنما تكمن ضرورة وجود مثل هذه اللغة الرمزية في أنها تضيف إلى المنطق الرمزي مجموعة من الفوائد ، يمكن عرضها في النقاط التالية:

¹¹² - بيسون، اوكونر، مرجع سابق، ص.27.

¹¹³ - Gamut, L.t.f.,(ed.) : Logic, Language, And Meaning, Vol.1,1991, p25.

¹¹⁴ - زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، ج1، ص178.

(1) "من أولى فوائد الترقيمات أو العلامات الرمزية أنها تعتمد إلى فصل الصورة المنطقية من المادة التي تحملها ، وإلى إبرازها بوضوح. ومن فوائد المنطق الرمزي ومميزاته التي يتميز بها الآن على حالته في الماضي ، عندما ما كان لا يزال تقليدياً متخلفاً هو أنه يضم جداول رمزية أكثر كمالاً. ومن شأن هذه الجداول الرمزية أن تعيننا على عرض الصور المنطقية الخاصة بالبراهين التي لم يستطع المنطق الأرسطي أن يحتوى عليها أو يضمها بين دفتيه." (115)

(2) تأتي اللغة المنطقية الرمزية معبرة عن جوهر المنطق الرمزي ، "وهو تحويل القضية المنطقية إلى قضية شبيهة بمعادلات الجبر ، وبذلك تصبح كل عملية فكرية أشبه بالمسألة الرياضية." (116) ويبدو جلياً أنها شرطاً أساسياً لتحقيق ذلك .

(3) ترتبط اللغة المنطقية أيضاً بعملية التحليل Analysis ، حيث يصل بنا التحليل إلى عناصر بسيطة قد لا نكون على علم بها من قبل ، فلا بد من لغة دقيقة للتعبير عن هذه العناصر البسيطة . "فإذا كانت اللغة

115- بيسون، اوكونر، مرجع سابق، ص38.

116- زكي نجيب محمود، مرجع سابق، ص 178.

الجارية دقيقة في مجال المركبات ، فهي أغلظ من أن تكون كذلك في مجال البسائط الكثيرة المتنوعة . فضلاً عن أنها أدق لغة يمكن أن تعبر عن البنية التي هي هدف رئيسي من أهداف التحليل.⁽¹¹⁷⁾

(4) "إن أهمية اللغة الرمزية في المنطق أشبه بأهميتها في الرياضيات ، ولتوضيح ذلك نذكر المثال التالي : لنفرض أن أمامك مسألة مثل : "لو كان زيد أصغر بست سنوات ، لكان سنه ضعف سن عمر ، عندما كان هذا الأخير أصغر بست سنوات ، ولو كان زيد أكبر بتسع سنوات لكان سنة ثلاث أضعاف سن عمر ، عندما كان هذا الأخير أصغر بأربع سنوات" فإذا حاولت أن تحل هذه المسألة مباشرة بإجراء عمليات الجمع والطرح ، والبحث عن كل حالات "لو" لحل بك بعد فترة قصيرة نوع من الدوار وكأنك تركب أرجوحة ، ولكن لتأخذ بعد ذلك قلماً وورقة ، وترمز إلى سن زيد بالحرف (س) ، وإلى سن عمر بالحرف (ص) ، ولتكتب المعادلات الناتجة وتحلها بالطريقة التي تعلمتها في

¹¹⁷ - محمد مهران، فلسفة برتراند رسل، ص373.

المدرسة الثانوية ، وعندئذ تدرك قيمة اللغة الرمزية الجديدة .⁽¹¹⁸⁾ وعلى ذلك فاستخدام اللغة المنطقية ”يوفر الإيجاز الدقيق والاقتصاد في التعبير بالنسبة إلى الأحكام المعقدة التي يصعب أو يستحيل فهمها إذا وضعت في تعبير باللغة العادية.“⁽¹¹⁹⁾

نخلص من ذلك كله ، ”إلى أن استخدام الرموز في المنطق لا من أجل إظهار التحذلق وحسب بلغة رمزية نترجم إليها كل مادة منطقية نتداولها ، وإنما على العكس من ذلك استجابة لضرورة وجود مثل هذه اللغة لدينا من أجل فهم المنطق وتطوره.“⁽¹²⁰⁾

وتبقى حقيقة هامة، وهي أنه إذا كانت هذه اللغة لها ضرورتها ومبررات لوجودها على المستوى الأكاديمي ، فإن ذلك لا يعنى قابليتها للاستخدام على المستوى الحياتي اليومي . فإذا كنا كلما تعقدت عملياتنا الحسابية الناتجة بالطبع من تعاملاتنا اليومية ، والتي هي أيضاً مصاغة في إطار لغوي ، وكلما ارتقينا بفكرنا من مستوى الاحتياجات

¹¹⁸ - هانز ريشنباخ، نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة فؤاد زكريا ، دار الكاتب العربي للطباعة والنشر ، القاهرة ، 1968 ، ص194، 193 نقلاً عن: محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، دار الثقافة، القاهرة، 1978، ص 16، 17.

¹¹⁹ - بيسون، اوكونر، مرجع سابق، ص34.

¹²⁰ - نفس المرجع، ص 36.

العملية إلى مستوى أكثر تجريداً وعلمية ، شعرنا بالحاجة إلى طريقة تيسر لنا التعامل مع هذه المستجدات .

و ينبغي أن ننظر إلى المنطق الرمزي سواء بلغته الرمزية ، أو بنسقه الاستنباطي من هذا المنظور. فإذا كنا نستخدم الحساب التقليدي في حياتنا اليومية ، على حين نستخدم الرياضيات الحديثة في حل مشكلاتنا العلمية ، فإن هناك منطق آخر أكثر ملائمة، نستخدمه تقريباً بالفطرة في حياتنا اليومية ، بينما يرتقى المنطق الرمزي ليقوم بدوره الذي وجد من أجله في التعامل مع مشكلات أكثر تعقيداً وتجريداً .

2:2:3 المصطلح الرمزي Notation

”المصطلح الرمزي هو كتابة علم المنطق بلغة رمزية خالصة ، قوامها حروف الهجاء رموزاً للمتغيرات ، ورسوم معينة أخرى رموزاً للثوابت المنطقية ، بحيث تكتب في صورة رمزية غير لغوية لكل القضايا والقوانين

المنطقية ، وكل الخطوات الاستدلالية فى أى برهان.⁽¹²¹⁾ وهو بهذا ولهذا يعد أحد الأدوات الفاعلة فى علم المنطق.

ولقد اهتم المنطقة الجدد بابتكار مصطلحاً رمزياً يمكنهم من خلاله صياغة نظرياتهم بشكل صورى محكم، "فصاغ ليبنتز وبول وبيرس نظرياتهم فى الأصناف والعلاقات صياغة رمزية فى كثير من مواضعها ، وجاء شرويدر وتوج أعمالهم باصطناع مصطلح رمزى كبير تناول فيه النظريات السابقة مطورة ، لكن كان قوام هذه المصطلحات جميعاً رموزاً جبرية خالصة؛ وبقدوم فريجه ومن بعده بيانو واللذان خلت مصطلحاتهما من رموز الأعداد والعمليات الحسابية..."⁽¹²²⁾

"ارتقى المصطلح الرمزي بعد ذلك إلى مستوى أكثر منطقية. حيث استعان فريجه فيه بحروف الهجاء اليونانية وبخطوط أفقية ورأسية وأقواس ، وهو مصطلح صعب الطبع ، كما أنه صعب على القارئ فهم دلالاته بسهولة ، وبعكس هذا نجد مصطلحاً رمزياً آخر للمنطق عند بيانو ، جذب صاحبي البرنكيبيا - راسل و هوايتهد - فيما بعد لبساطته

¹²¹- محمود فهمى زيدان، مرجع سابق، ص271.

¹- نفس المرجع، ص119.

فاصطنعاه في نسقهما المنطقي والرياضي. كما نجد صوراً أخرى مختلفة

المصطلح الرمزي عند هلبرت ولوكاشيفتش J. Lukasiewicz وآخرين.

$$\binom{123}{}$$

أما عن المصطلح الرمزي المستخدم في منطق المحمول فيمكن

إبرازه من خلال الجدول التالي ، موضحاً به الرموز المستخدمه في لغته ،

وما تشير إليه ، وأيضاً يصنف الرموز المستفادة من منطق القضايا ،

والرموز المضافة إلى منطق المحمول.

م	الرموز	ما تشير إليه
1	{ ، } & (،)	الرموز المستقاة
2	، ~ ، ٨ ، ٧ ، → ، ≡ ، ∴	من منطق القضايا الخمسة رموز الأولى تشير إلى الدوال الصدمية أو الثابت المنطقية ، وهى النفي ، الوصل ، الفصل ، اللزوم ، التكافؤ على التوالى . أما الرمز الأخير فيشير إلى (إن) فى النتيجة.

الرموز المضافة إلى منطق المحمول	رموز لأشياء بعينها (أسماء أعلام ، أوصاف محددة)	a, b, c, \dots, v	3
	محمولات سواء واحدة أو ثنائية أو ثلاثية ... إلخ	A, B, C	4
	المتغيرات	w, x, y, z	5
	المكممات أو الأسوار ، الرمز الأول كلى والثانى وجودى.	\exists, \forall	6

ويكاد يُجمع المناطق على استخدام هذه الرموز فى المصطلح الرمزي لمنطق المحمول ، "فستخدمها رسل و هوايتهد فى البرنكبيا ، إلا أنهما يختصرا الرموز المضافة إلى منطق المحمول إلى ثلاثة رموز - بدلاً من أربعة - فيضعا رموز للمتغيرات بوجه عام ، سواء أسماء أعلام أو متغيرات عادية ، ورموز للدالات وترمز للمحمولات ، وأخرى للأسوار الكلية والوجودية." (124) "وكذلك يستخدمها كواين عند عرضه لنظرية

124 - نفس المرجع، ص222.

التسوير ، إلا أنه يضيف سوراً آخر للكلّي والوجودي ، وهو السور الفردي Individual Quantifier ويرمز له بالرمز $(\exists 1)$.⁽¹²⁵⁾ "كما يستخدم بيسون و اوكونر في كتابهما "مقدمة في المنطق الرمزي" نفس الرموز"⁽¹²⁶⁾

"ولعله قد يظهر لأول وهلة أن عرض هذا الجهاز الرمزي المحكم من أجل التعبير عن قضية بسيطة مثل (الخيول موجودة) هو ضرب من إظهار التعالم الذي لا لزوم له ، ولكن الأمر ليس كذلك. إذ أن اكتشاف التحليل الصحيح للقضايا الوجودية ، وابتكار الأسلوب الرمزي المنطقي الذي يؤدي إلى إظهار بنائها ، قد أدى بالفعل إلى نتائج هامة في المنطق وفي الفلسفة، " ⁽¹²⁷⁾ بل وفي بعض العلوم ، ومن أبرزها علم الذكاء الاصطناعي.

ولكي تتضح دلالات هذه الرموز ، فإن شرحها في النقاط التالية

قد يبدو مفيداً:

¹²⁵ - ناصر هاشم محمد ، نظرية التسوير عند كواين ، مجلة كلية الآداب - جامعة

الزقازيق ، يوليو 2000 ، ص5.

¹²⁶ - بيسون ، اوكونر ، مرجع سابق ، ص186،168.

¹²⁷ - نفس المرجع ، ص176 ، 177.

أولاً: الحدود المفردة Singular terms

”تستعمل الحروف الأولى من اللغة الإنجليزية* بدءاً من (a) إلى (v) فى ترميز أسماء العلم Proper Names (كسقراط وزيد) ، وأيضاً الأسماء التى نتفق على كونها تشير إلى أشياء بذاتها ، مثل الأرض ، والقمر ، ورئيس منظمة التحرير الفلسطينية ، وسكرتير عام الأمم المتحدة ، وما شابه ذلك - والتى نطلق عليها الأوصاف المحددة Definite description - . وعادة ما يستعمل الحرف الأول من اسم أو وصف الشيء المشار إليه ، مثال ذلك نستعمل الرمز (S) للإشارة إلى سقراط ، والرمز (K) للإشارة إلى القمر ، وفى حال تكرار الحرف الأول عند أكثر من مسمى نلجأ إلى الحرف الثانى ، وهكذا.“⁽¹²⁸⁾

”أو أن نضع رقماً أسفل الرمز Subscript نوضح به أن هذا الرمز يشير إلى اسم أو وصف يختلف عن الرمز التالى المتفق معه فى نفس الرسم.“⁽¹²⁹⁾ فمثلاً لو أن لدينا فى القضية المراد ترميزها اسمان

¹²⁸ - نجيب الحصادى ، مرجع سابق ، ص230

¹²⁹ - Gamut, L.t.f. opcit., p65

يبدأ أن بالحرف "S" مثل "سقراط و سامى" ، فإننا نرمز لسقراط بالرمز (S_1) و لسامى بالرمز (S_2) وهكذا .

ثانياً: المحمولات Predicates

"المحمولات هي تصورات ترد في قضايا ذات موضوع واحد. وتتميز المحمولات عن الحدود الأخرى بعدد من الخصائص الهامة ومن أهمها صلة هذه المحمولات بما يسمى "الدلالة" . فمن المحمول الواحد تنشأ طائفة من المعانى المتصلة بها . فضلاً عن "إنساني" و "إنسانية" التى لا تختلف إلا من الوجهة النحوية ، نجد "إنسان" ، "أحد الناس" ، "إنسان ما" ، "أى إنسان" ، "كل إنسان" ، "جميع الناس" ، وجميعها متميزة حقاً الواحدة عن الأخرى ودراسة هذه المعانى المختلفة حيوى للغاية لكل فلسفة رياضية ، وهذا ما يجعل من منطق المحمول نظرية هامة." (130)

ويختلف نوع المحمولات تبعاً لتعدد الموضوعات أو الحدود التى يحمل عليها ، "فقد يكون المحمول أحادياً Monadic Predicate – أى انه محمولاً على حد أو موضوع واحد – ويسمى فى هذه الحالة "صفة" ،

130- برتراند راسل- مرجع سابق ، ص 91، 92.

ومثالها الصفة المعبر عنها بلفظة (حليم) ، ولفظة (جبار) ، وقد يكون المحمول متعدداً Multiple predicate - أى أنه محمولاً على حدين فما أكثر - ويسمى فى هذه الحالة "علاقة" ، ومن الواضح أن العلاقة قد تكون ثنائية مثل علاقة "أكبر من" ، وعلاقة "إلى الشمال من" ، وقد تكون العلاقة - المحمول - ثلاثية مثل "بين" فنقول "تقع الإسماعيلية بين السويس و بور سعيد" وهكذا. وباستعمال الرموز التى تشير إلى أشياء بعينها يتسنى لنا التعبير عن قضايا نتحدث عن اتصافها بصفات بعينها.

(¹³¹)

ثالثاً: الكممات Quantifiers *

"تقوم عملية التكميم أو التسوير على فكرة السور المعروفة منذ المنطق التقليدى ، فالمكممات أو ما يسمى أحياناً باسم عوامل الإجراء

¹³¹ - نجيب الحصادى ، مرجع سابق ، ص 230

* يفضل البعض استخدام لفظ "مكم" من بينهم د.نجيب الحصادى، كما يفضل آخرون استخدام لفظ "سور" وتسمى كل أداة من هذه الأدوات اللفظية "سوراً" ؛ لأنها تحيط بالقضية إحاطة السور بقطعة الأرض ، فتحدد كمها وكيفها¹³²، وعلى ذلك يجوز إطلاق لفظ "سور" ولفظ "مكم" على نفس الرموز ، دون تفضيل لاستخدام أحدهما على الآخر. وبرغم أن لفظ "سور" هو الأكثر استخداماً ، حتى بين المناطق العرب القدامى، إلا أن الباحث يرى أن استخدام لفظ مكم هو الأدق من حيث التعبير، وأيضاً الأدق من حيث الترجمة الإنجليزية = = لكلمة Quantifier.

Operators هي- في المنطق التقليدي- تلك الألفاظ التي تعبر عن التكميم في القضية ، ونستطيع أن نميز في الأسوار بين نوعين : المكمم الكلي Universal quantifier ، المكمم الوجودي Existential quantifier.⁽¹³³⁾ "ويستعمل الرمز (\forall) للإشارة إلى المكمم أو السور الكلي - الذي يعبر عنه عادة باللفظ (كل) - ، ويستعمل الرمز (\exists) للإشارة إلى المكمم الوجودي - الذي يعبر عنه باللفظ (بعض)."⁽¹³⁴⁾

"ويمكننا من خلال استخدام المكلمات - في التعبير عن حجة معينة ، سواء عن عدد أو كمية أو شيء - أن نقول أن هذه الأشياء تستوفي شرطاً ما ، فإنهم يتيحوا لنا أن نقول بأن : كل الأشياء تستوفي شرطاً ما ، أو : على الأقل يوجد شيء واحد يستوفي شرطاً ما،"⁽¹³⁵⁾

وعلى ذلك صح القول بأن "كثير من القوة التعبيرية لمنطق المحمول لا تكمن في الروابط المنطقية - مثل منطق القضايا - بقدر ما تكمن في المكلمات."⁽¹³⁶⁾

¹³³ - محمد مهران ، مقدمة في المنطق الرمزي ، ص200.

¹³⁴ - نجيب الحصادي ، مرجع سابق ، ص231.

¹³⁵ - Barwise, J.& Etchemendy, J., Op.Cit., p116

¹³⁶ - Ibid.,p115

”ويرجع استخدام العلامات للأسوار في المنطق الرمزي بصفة عامة إلى بيرس Peirce الذى أدخل في منطقته ، وقدم الرمز $(\Sigma - \pi)$ للتعبير عن السور الكلى ، أو السور الجزئى على الترتيب.“⁽¹³⁷⁾ وعلى الرغم من أن السبق في تناول الأسوار وترميزها كان لبيرس ، ”إلا أنه كان مهتماً فيها بتطوير منطق العلاقات فقط ، بينما استخدم فريجه تحليله للأسوار لإقامة مبادئ نظرية منطق المحمول ، وهى نظرية غريبة على بيرس.“⁽¹³⁸⁾

”وهكذا يتسنى لمنطق المحمول - عبر استعمال مثل هذه المفردات - من النفاذ إلى باطن القضايا، التى يعتد منطق القضايا بأوليتها، ليكتشف فيها دلالات وتفاصيل يغض هذا المنطق الأخير الطرف عنها كلية. هذا بالضبط هو السبيل الذى ينتهجه منطق المحمول للإفصاح عن أحكامنا البديهية الخاصة بسلامة براهين لا يعتد منطق القضايا بسلامتها.“⁽¹³⁹⁾

¹³⁷ - عزمى إسلام ، أسس المنطق الرمزي ، ص285.

¹³⁸ - محمود فهمى زيدان ، مرجع سابق ، ص141.

¹³⁹ - نجيب الحصادى ، مرجع سابق ، ص231.

وبعد أن تكشّف لنا طبيعة ودور كل رمز في المصطلح الرمزي لمنطق المحمول، نأتى للحديث عن الكيفية التى تتركب على غرارها هذه الرموز أيضاً، وما تمثله من دلالات فى قضايا منطق المحمول متعددة الأنماط.

”والواقع أن أهم وسيلة لاكتشاف ماهية نظرية المنطق هى المنطَقة ذاتها...، وتظهر نظرية المنطق من خلال نوعية الممارسة للعمليات المنطقية ابتداء من مفهومات واضحة عن الطريقة التى يتبعها المرء فى بناء القضايا والاستناد إلى صدقها وتحقيق بنائها اللغوى والتركيبى.“⁽¹⁴⁰⁾ والواقع أن لمنطق المحمول مجموعة من القواعد التركيبية ، “فضلاً عن تلك القواعد التى يستقيها من منطق القضايا ، إلا أنه يمتك قواعد تركيبية خاصة به ، وهى :-

1- يعتد منطق المحمول بكل القضايا التى تجيزها قواعد منطق القضايا التركيبية.

2- تعد القضايا المعبر عنها باستعمال الرموز التى تشير إلى أشياء بعينها وباستعمال المحمولات قضايا أولية ، شريطة أن يرد رمز

¹⁴⁰ - أليس أمبروز ، موريس لازيروفيتش ، أوليات المنطق الرمزي ، ص44.

واحد بعد كل محمول أحادى ، ورمزان بعد كل محمول ثنائى ،
وهكذا ...

3- تعد القضايا المكمنة أو ذات الأسوار - سواء كان السور كلياً أم جزئياً - قضايا مركبة ، كما تعد تلك الأسوار روابط أساسية ؛ وفى حال استعمال المتغيرات مع المحمولات ، يسرى الشرط الخاص بأعدادها بنفس الطريقة السالف ذكرها فى الفقرة السابقة.⁽¹⁴¹⁾

”وإذا كان استيعاب تلك القواعد ومن قبلها مفردات لغة منطق المحمول، رهن بتطبيقها على أكبر قدر من الأمثلة“⁽¹⁴²⁾، فإن الباحث سيسير على هذا النهج، مقسماً الأمثلة إلى : قضايا مفردة Singular Propositions ، وقضايا عامة General Propositions ، وقضايا متعددة الأسوار Multiple Quantification Proposition ، والقضايا اللاقياسية Nonstandard Propositions ، وكيفية ترميزها فى منطق المحمول.

¹⁴¹ - نجيب الحصادى ، مرجع سابق ، ص 232.

¹⁴² - نفس المرجع ، نفس الصفحة.

3:3 ترميز القضايا في منطق المحمول

1:3:3 ترميز القضايا المفردة

”يمكن النظر إلى العديد من الجمل - في اللغة العربية أو الإنجليزية - على أنها تتكون من جزئين : الأول تعبير يستخدم للإشارة إلى "فرد" ، وآخر يستخدم لإسناد خاصية ما إلى هذا الفرد. دعنا نسمي التعبيرات من النوع الأول "حدود مفردة" ، والنوع الآخر "محمولات" والقضايا المركبة من حدود مفردة ومحمولات تعرف باسم "القضايا المفردة* أو الشخصية" “⁽¹⁴⁴⁾ ، أو إن شئت ”قضايا ذرية“ Atomic Prop..⁽¹⁴⁵⁾ . ولكي نعرف

* من النقاط التي يختلف فيها المنطق الرمزي عن المنطق التقليدي ، هي نظريته للقضية الحملية Categorical Proposition . فالقضية المفردة أو الشخصية هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق ، أما القضية الكلية أو العامة - ذات الأشكال الأرسطية الأربعة- فإنها ليست حملية إذ لا تحوى موضوع حملى بالمعنى الدقيق ، وإنما تنطوى على علاقة معنية بين محمولين. ولقد اعترف رسل أنه تعلم التمييز بين القضية المفردة والعامة من بيانو ، وإن كان عرف من بعد أن فريجه عرف التمييز قبل بيانو. أنظر : محمود فهمى زيدان ، مرجع سابق ، ص180.

¹⁴⁴ - Pospesel, H., Op.Cit., p5

¹⁴⁵ - Gamut, L.t.f., Op.Cit., p65

القضية المفردة أكثر ، يجب أن نعرف طبيعة وأشكال الحد المفرد والمحمول.

”وللحد المفرد خاصية أساسية هي أنه عادة ما يستخدم للإشارة إلى فرد ، ولكن سيستخدم على نحو شامل ليس لإحصاء الأشخاص فقط ، بل الحيوانات ، والأنهار ، والمدن ، والنباتات ، والصخور ، والأعداد وهكذا.. كأفراد . والحدود المفردة لها أشكال متعددة فهي :

- اسم علم ، مثل : أحمد ، على ، جون
 - أو ضمير ، مثل : هو ، هي ، هؤلاء
 - أو وصف محدد مثل : مخترع المصباح الكهربى ، رئيس مصر الحالى ، أخت محمد الوحيدة .
- وفى منطق المحمول نرسم إلى الحدود المفردة - كما سبقت الإشارة - بحروف صغيرة Lower-Case من الأبجدية الإنجليزية من (a) إلى (v) . أما المحمولات فيمكن تصنيفها تبعاً لمقاطع متعددة من الحديث “ (146)
- مثل :

¹⁴⁶ - Pospesel, H., op.cit.,p6

المحمول	أجزاء الحديث
ينام	فعل
ينام بعمق	فعل + ظرف
يتحدث العربية	فعل + اسم
يكون جشع	رابطة + صفة
يكون من القاهرة	رابطة + شبه جملة

وتلك هي الأشكال التي يمكن أن يظهر بها المحمول في القضية. ومن

أمثلة القضايا المفردة ما يلي:

(1) أحمد شجاع .

(2) أول رجل مشى على القمر كان أمريكياً.

(3) هي ترقص على أنغام الموسيقى .

(4) أخت محمد الوحيدة جميلة .

وإذا ما أردنا ترميز هذه القضايا وفق مفردات لغة منطق المحمول ، ووفق

قواعده التركيبية ، فإن ترميزها سيكون على التوالى كالاتى:

(1) Sa* - (ترمز "S" إلى المحمول "شجاع" ، وترمز "a" إلى اسم

العلم "أحمد")

(2) Ar (ترمز "A" إلى المحمول "كان أمريكياً" ، وترمز "r" إلى

الوصف المحدد "أول رجل مشى على القمر")

(3) Th (ترمز "T" إلى المحمول "ترقص على أنغام الموسيقى" ،

وترمز "h" إلى الضمير "هى").

(4) Go (ترمز "G" إلى المحمول "جميلة" ، وترمز "o" إلى الوصف

المحدد "أخت محمد الوحيدة")

"ظلت القضايا ذات الصيغة (موضوع - محمول) هى القضايا

المفردة فقط التى تؤخذ بعين الاعتبار ، حتى نهاية القرن التاسع عشر .

بالرغم من وجود أنواع أخرى من القضايا المفردة ليست مكونة من الصيغة

* يضع بعض المناطق الحد المفرد بين قوسين Parentheses ، فالقضية المشار

إليها - Sa - ترمز عندهم كالاتى : S(a) ، إلا أن هذا التقليد وفقاً لكوبى Copi -

أصبح غير متبعاً . كما أن وضع الأسوار كلية أو جزئية مقترنة بالمتغير بين قوسين

مثل $\forall(x)$ ، قد اختفى فى الكتابات المنطقية الحديثة . أنظر فى ذلك

- Copi, I.M., Symbolic Logic, The Macmillan Company, London, 3ed., 1967. P72

- Tymoczko, T., & Henle, J., Op.Cit., p214.

(موضوع - محمول) ، تلك القضايا التي تقرر وجود شيئين تربطهما

علاقة ما،مثل :

- أحمد أطول من محمد .

- طارق يضرب الكرة .

- على يعجب بفاتن وهكذا...

وبالطبع توجد طرق لغوية يمكننا من خلالها تمييز الموضوع

والمحمول في تلك القضايا ، فمثلاً الموضوع في القضية الأولى هو

(أحمد) و محمولها هو (أطول من على) .

أما إذا كنا مهتمين بدراسة التفكير ، فإن تناولاً آخر سيبدو أكثر

قبولاً . فإذا أخذنا قياساً كتالى :

- أحمد أطول من محمد .

- محمد أطول من طارق .

∴ أحمد أطول من طارق .

فإن هذا القياس صحيح على حالته اللغوية هذه ، أما إذا حولناه

إلى صيغة القضايا المفردة - المُرَمَّزة بالطريقة سألقة الشرح - فسيكون

كالآتى :

Ma (ترمز "M" هنا إلى "أطول من محمد" ، وترمز "a" إلى

"أحمد". وهكذا في بقية القياس)

Tm

∴ Ta

وهو بالطبع قياساً خاطئاً، وذلك لأن الصدق فيه متوقفاً على

معالجة العلاقة (أطول من) التي تربط بين الحدود . ولذلك السبب ، فإن

لغة منطق المحمول قد اصطنعت رموزاً لتحل محل العلاقات التي تنشأ

بين شيئين أو أكثر . ووفقاً لذلك ، فإن القياس السابق يمكن ترميزه على

النحو التالي :

Tam (ترمز "T" إلى "أطول من" ، (a إلى أحمد ، (m إلى

محمد ، (t إلى طارق)

Tmt

Tat ∴ " (148)

¹⁴⁸ - See: Gamut, L.t.f.,op.cit.,p66-67

* هذه الأمثلة مستوحاة من حيث صورتها من: - Gamut, L.t.f.,op.cit.,pp68

70 ، إلا ان الباحث قد عدل من مضمونها.

وهذه طائفة من الأمثلة* التي توضح الصور التي تظهر عليها

القضايا المفردة العلائقية، وأيضاً كيفية ترميزها :

(1 طارق يعجب بنفسه.

Ytt

(ترمز "Y" إلى العلاقة "يعجب" ، وترمز "t" إلى "طارق" ، وفي حالة

وجود ضمير منعكس مثل "بنفسه" يكرر نفس الرمز الذي يشير إلى الحد

المفرد في القضية.)

(2 محمد رجل قوى .

$Rm \wedge Km$

(ترمز "R" إلى المحمول "رجل" ، وترمز "K" إلى المحمول "قوى" ، حيث

أنهما ليسا محمول واحد ، ترمز "m" إلى "محمد")

(3 على ومحمد صديقان حميمان

Sam

(ترمز "S" إلى "صديقان حميمان" فاللفظان معاً يستعملان هنا كمحمول

واحد فلا يجوز القول مثلاً على ومحمد حميمان مثلما كان جائزاً في

القضية السابقة "محمد رجل قوى" ، فيجوز أن نقول "محمد رجل" Rm ،
 "محمد قوى Km).

(4) أحمد أطول من محمد أو محمد أطول من أحمد

$$Tam \vee Tma$$

(لاحظ أن تبديل الحدود المفردة يؤدي إلى تغيير معنى القضية)

(5) أحمد ومحمد يحب كل منهما الآخر

$$Ham \wedge Hma$$

(لاحظ أن العلاقة هنا تبادلية)

وتبرز الحاجة في القضايا المفردة العلائقية إلى التعبير عن الهوية

أو التساوى بين شيئين "ولهذا السبب نقدم ثابت منطقي جديد وهو ="

والذى دائماً ما يفسر على أنه علاقة تساوى أو هوية . ومعنى الهوية هنا

ليس هو الهوية بين شيئين ، إنما يعنى أن الشيئين يشبه كل منهما الآخر

بشدة ، مثل التوائم المتجانسة ، فعندما نقول $A=B$ فإننا نعنى أن A, B

يشيران إلى نفس الشيء . والأمثلة⁽¹⁴⁹⁾ على ذلك متعددة منها :

طارق يحب سعاد ، لكن سعاد تحب شخصاً ما آخر

¹⁴⁹ - Ibid., p70.

وترمَّز على النحو التالي:

$$Lst \wedge \exists x Lsx \wedge x \neq t$$

(وتقرأ : طارق يحب سعاد ويوجد فرد واحد على الأقل x بحيث أن سعاد

تحب x ، x لا يساوي طارق.)

طارق لا يحب سعاد ولكن يحب فتاة أخرى

وترمَّز كالتالي :

$$\sim Lts \wedge \exists x (Ltx \wedge x \neq s)$$

(وتقرأ : لا يحب طارق سعاد ويوجد فرد واحد على الأقل x ، بحيث أن

طارق يحب x ، $x \neq$ سعاد.)

طارق لا يحب أحد سوى سعاد

ترمز كالتالي :

$$\forall x (Ltx \leftrightarrow x=s)$$

(وتقرأ : لكل x ، إذا كان طارق يحب x لزم عن ذلك أن $x =$ سعاد

والعكس.)

2:3:3 ترميز القضايا العامة

"إذا كنا نعرف القضية المفردة بأنها القضية التي تحتوى على حد مفرد واحد أو أكثر فسوف نطلق على القضية التي لا تحتوى على أى حد مفرد "قضية عامة" General Proposition فالقضية العامة تتعلق بأفراد من نوع أو نمط معين دون أن تشير إلى فرداً معيناً." (150) فمثلاً : القضية العامة "بعض المبدعين مصريون" ، تشير إلى فئة المبدعين وفئة المصريين دون أن تشير إلى فرد معين فى كلتا الفئتين أو تحده ، وذلك على عكس القضية المفردة التي تحدد أن فرداً معيناً يحوز صفة معينة أو على علاقة معينة مع فرد أو مجموعة أفراد آخرين.

"منذ أن أنشأ أرسطو Aristotle (384-322 ق.م) المنطق القياسى Syllogistic Logic منذ 2400 عام تقريباً ، والمناطق مهتمون بالقضايا العامة على وجه الخصوص * والتي تظهر على الصور الأربعة : الكلية

150 - Pospesep,H.,op.cit.,p7

* ربما نما هذا الاهتمام من جراء اهتمام المنطق بصياغة قواعد وقوانين عامة ، دون النظر إلى أمور فردية بعينها ، واتضح ذلك فى عدم اكتراث المنطق التقليدى بمعالجة القضايا المفردة كما سبقت الإشارة.

الموجبة ، الكلية السالبة ، الجزئية الموجبة ، الجزئية السالبة . وفى منطق المحمول ينظر إلى أى واحدة من هذه القضايا الأربعة على أنها تحتوى على محمولين. “ (151)

”كما نلاحظ أن صياغة القضية الكلية-موجبة أو سالبة - تختلف عن صياغة الجزئية -موجبة أو سالبة- فى أن القضية الكلية تحتوى على السور الكلى (∇) ، وثابت التضمن أو اللزوم (→) الذى ينطوى عى شرط ، بينما تحتوى القضية الجزئية على السور الوجودى (∃) ، وثابت الوصل (∧) والذى لا ينطوى على صيغة الشرط.“ (152) وسيبدو ذلك جلياً عند التعرض لترميز مثل تلك القضايا *

151 - ibid.,p8

152- محمود زيدان ، مرجع سابق ، ص225

** يلتزم الباحث بما جاء فى الكتب المنطقية الحديثة من تناول وصيغ لهذه القضايا ، أما الأمثلة فهى من عنده، كما دعمها بالشرح والتحليل . انظر فى ذلك مثلاً :

- Tymoczko,t.&Henle,J., Op.Cit., p214:219.
- Gamut,L.t.f.,op.cit.,pp70:74.
- pospesel,H.,op.cit.,pp7:14.

أولاً: القضية الكلية الموجبة:

وهي القضية التي تثبت أن فئة بأسرها تحوز صفة معينة فيشمل حكمها "كل" أفراد الفئة بلا استثناء ، مثل: "كل الشباب ملتزمون" ،
ويكافئها منطقياً كلاً من القضايا الآتية:

1. أى شاب ملتزم.
 2. الشباب هم كل الملتزمون.
 3. الشباب دائماً ملتزم.
 4. الشباب ملتزمون.
 5. فقط الشباب يكونوا ملتزمون .
 6. لا واحد إلا الشباب يكون ملتزم
- وكلها تأخذ الصيغة الرمزية :

$$\forall x (Sx \rightarrow Mx)$$

(وتقرأ : لكل (x) ، إذا كان (x) شاب ، إذن (x) ملتزم) ونلاحظ أن القضية تكتب وتقرأ من اليسار لليمين. وإذا أردنا ترميز أى قضية كلية موجبة - والتي تأخذ أى من الصور السابقة - فإنها سوف تأخذ نفس

الصيغة الرمزية السابقة ، وأن التغيير سوف يكون في مجرد تغيير الرموز الدالة على المحمولات ، وقل مثل ذلك على القضايا الثلاثة التالية.

ثانياً: القضية الكلية السالبة:

وهي عكس الكلية الموجبة ، أى أنها تنفى أن فئة بأسرها تحوز صفة معينة ، وأيضاً يشمل حكمها هذا "كل" أفراد الفئة بلا استثناء ، مثل: "لا واحد من المسلمين إرهابي" ، ويكافئها منطقياً كلاً من القضايا الآتية:

1. المسلمون ليسوا إرهابيين.
2. لا واحد يكون كل من مسلم و إرهابي.
3. المصريون الإرهابيون غير موجودين.
4. لا يوجد إرهابيون مسلمون.

وكلها تأخذ الصيغة الرمزية

$$\forall x (Mx \rightarrow \sim Ex)$$

(وتقرأ : لكل (x) ، إذا كان (x) مسلم ، إذن (x) ليس إرهابي)

ويجب أن ننتبه إلى وضع ثابت النفي في القضية ، فإن أى تبديل في موضعه سوف يعطى معناً مغايراً لمعنى القضية الكلية السالبة ، وعلى ذلك فإن الصيغ الرمزية التالية لا تعد صيغاً معبرة عن القضية الكلية السالبة وهي:

$$\sim \forall x (Mx \rightarrow Ex) \quad (1)$$

(وتقرأ: من الخطأ القول بأن كل مسلم إرهابي)

$$\forall x \sim (Mx \rightarrow Ex) \quad (2)$$

(وتقرأ: كل ما ليس مسلماً ، ليس إرهابياً)

$$\forall x (\sim Mx \rightarrow Ex) \quad (3)$$

(وتقرأ: كل ما ليس مسلماً ، يكون إرهابي)

ثالثاً: القضية الجزئية الموجبة:

وهي القضية التي تثبت أنه يوجد فرد واحد على الأقل ، بحيث أن هذا الفرد يحوز على صفة كذا ، وصفة كذا ، فإذا قلنا مثلاً : "بعض

الجنود مهملون" * ، فإن ذلك يعنى وجود فرد واحد على الأقل يتصف بأنه جندى (و) أنه مهمل . ويمكن أن تظهر القضية الجزئية الموجبة بمترادفات لغوية متعددة ، مكافئة لها منطقياً وهى :

(1) يوجد على الأقل جندى واحد مهمل.

(2) الجنود أحياناً يكونوا مهملون.

(3) يوجد الجنود الذين يكونوا مهملون.

(4) العديد من الجنود يكونوا مهملون.

(5) الجنود الذين هم مهملون موجودون

وكلها تأخذ الصيغة الرمزية:

$$\exists x (Gx \wedge Mx)$$

(وتقرأ : يوجد على الأقل فرد واحد (x) يكون جندى ، ويكون مهمل)

* إن وجود ألفاظ مثل : معظم ، غالبية ، قلة من ، قلة قليلة من ، نفر من ، هى داخلة أيضاً فى نطاق الألفاظ المعبرة عن قضايا وجودية ، أما عملية إظهار تفاوت درجات "التبويض" ، فهى خارجة عن نطاق منطق المحمول فى وضعه الراهن. "وإذا تسائلنا عن كم يجب أن يكون عدد "الجنود المهملون" لكى تكون القضية صادقة ، فإن وجود جندى واحد مهمل كافى لأن تكون القضية "بعض الجنود مهملون" صادقة".

أنظر : Pospesel,H.,op.cit.,p9

رابعاً: القضية الجزئية السالبة:

وهي عكس الجزئية الموجبة ، حيث تثبت أنه يوجد فرد واحد على الأقل بحيث أن هذا الفرد يتصف بكذا ، ولا يتصف بكذا . فإذا قلنا مثلاً :
 "بعض الرجال ليسوا أقوياء" ، فإن ذلك يعنى وجود فرد واحد على الأقل ،
 يتصف بأنه رجل ، ولا يتصف بأنه قوى. وأيضاً للقضية الجزئية السالبة
 مترادفات لغوية تكافئها منطقياً مثل :

(1) على الأقل يوجد رجل واحد وليس قوياً.

(2) يوجد الرجال الذين ليسوا أقوياء.

(3) ليس كل الرجال أقوياء .

وكلها تأخذ الصيغة الرمزية :

$$\exists x (Rx \wedge \sim Kx)$$

أيضاً يجب أن ننتبه إلى وضع ثابت النفي في القضية ، فإن أي

تبديل في موضعه -كما سبقت الإشارة - سوف يعطى معناً مغايراً لمعنى

القضية الجزئية السالبة ، فإذا كان لدينا قضايا مثل :

(1) يوجد شخص ما ليس كلاً من رجل وقوى.

(2) من الخطأ القول أنه يوجد الرجل الذى يكون قوى.

فإن صيغتهما الرمزية ستكون على التوالى :

$$\exists x \sim (Rx \wedge Kx)$$

$$\sim \exists x (Rx \wedge Kx)$$

ولعله أصبح جلياً الآن قيمة هذه التعبيرات الرمزية ، من خلال القوة التعبيرية التى زودت بها المنطق الرمزي ، وأيضاً قدرتها التحليلية ، وإظهار بنية القضايا ، وما بين عناصر القضية الواحدة من علاقات ، والتى ما كان للمنطق التقليدى أن يصل إلى كل هذا بجهازه الرمزي المتواضع. "وعلى ذلك لم تذكر هذه التعبيرات لمجرد معارضة الصياغة الأرسطية ، بل إن علاقة مثل "علاقة التناقض" \sim والتى تنشأ بين القضية الكلية السالبة والجزئية الموجبة ، ما كانت لتظهر فى التعبير التقليدى ، بقدر ما تتضح بمجرد النظر إلى هذين التعبيرين:

$$\sim \exists x (Rx \wedge Kx)$$

(وتقرأ: من الخطأ القول أنه يوجد الرجل الذى يكون قوى ، أى "لا

رجل قوى")

$$\exists x (Rx \wedge Kx) \text{ (بعض الرجال أقوياء).}^{154}$$

¹⁵⁴ - محمد مهران ، مقدمة فى المنطق الرمزي ، ص 211، 212.

وإذا كانت لغة المنطق التقليدي قاصرة عن أن تحاكي اللغة الرمزية الحديثة في تمثيلها للقضايا ، فإنه على العكس ، يثبت المنطق الرمزي - بلغاته المتعددة ومنها المنطق المحمول - قدرته على تمثيل قلب المنطق التقليدي ، وهو "نظرية القياس" . "فإذا نظرنا -مثلاً- إلى الضرب الأول Barbara من الشكل الأول في القياس الأرسطي ، والذي على الصورة:

كل A هي B

كل C هي A

∴ كل C هي B

وأردنا تمثيله بلغة منطق المحمول ، فإنه سيبدو على الصورة التالية:

$$\forall x (Ax \rightarrow Bx) , \forall x (Cx \rightarrow Ax) \therefore \forall x (Cx \rightarrow Bx)$$

(¹⁵⁵)

ولعل تعدد وتنوع المثال من شأنه أن يثبت القوة التعبيرية لهذه النظرية ، كما من شأنه أيضاً أن يغير من صورة المثال والتي كثيراً ما

²- ماهر عبدالقادر ، مرجع سابق ، ص132.

ارتبطت بجمل معينة مثل : سقراط فان ، كل العرب أحرار وغيرها... ،
والتي ربما توحى بأن هذه اللغات قد جعلت خصيصاً للتعبير عن هذه
القضايا دون غيرها . وهناك نماذج من آيات قرآنية ، وأحاديث شريفة ،
وأمثال تستطيع لغة منطق المحمول التعبير عنها في قوالب رمزية. بل
الأكثر من ذلك ، أن "بوسبسل" يبالغ في مقدرة هذه اللغة قائلاً : "أنها
تقوى من قدرتك على تمثيل الحجج الحملية التي تصادفك في حياتك
اليومية سواء عند قراءة كتاب أو جريدة أو في حوار بينك وبين شخص
آخر أو حتى عندما تشاهد التلفاز." (156)

وهذه طائفة من الأمثلة (157) التي تثبت ذلك ، وفي المقابل صيغتها
الرمزية :

156 - Pospesel, H., Op.Cit., student's preface.

157 - نجيب الحصادي ، مرجع سابق، ص235، 234

* لقد أعطى د. نجيب الحصادي في كتابه "أسس المنطق الرمزي المعاصر" ص235
لهذا المثال الصيغة الرمزية:

$$[\sim(\exists x) (Ex \wedge \sim Ixg) \wedge Rmg]$$

وهي صيغة خاطئة لسببين :

الأول: أنه أعطى للقضية خمسة رموز بينما هم أربعة : إله (E) ، الله (a/g) ، محمد
(m) ، رسول (R) ، أما الحرف (إلا) المشار إليه بالرمز (i) فلا يرمز لأنه حرف
يفيد الاستثناء ، وليس حداً مثل "الله" أو "محمد".

الثاني: أنه لو افترضنا أن هذا الحرف (إلا) يُرمز ، فلا بد أن تكون الصيغة كالتالي :

(1) "لا إله إلا الله ، محمد رسول الله"

صيغتها الرمزية :

$$[\sim \exists x (Ex \wedge$$

$$x \neq a) \wedge Rma]$$

(وتقرأ : من الخطأ القول بوجود فرد واحد على الأقل (x) ، بحيث أن (x)

إله ، و (x) لا يساوي الله ، ومحمد رسول الله)*

(2) "كل حزب بما لديهم فرحون"

صيغتها الرمزية:

$$\forall x$$

$$(Hx \rightarrow [\forall x(Lxy \rightarrow Fxy)])$$

$$\forall x (Ex \rightarrow \sim Ixg) \wedge Rmg$$

(وتقرأ : لكل x ، إذا كن x إله ، لزم عن ذلك أن x ليس إلا الله ، ومحمد رسول الله.)

وهذا يختلف قطعاً عن الصيغة السابقة والتي تقرأ:

(من الخطأ القول بوجود x ، بحيث أن x إله ، و x ليس إلا الله ، ومحمد رسول الله)
أما إذا افترضنا أن الحرف (إلا) يحذف وتبقى أربعة رموز للقضية ، فإنها سوف تكون
على الصيغة التالية:

$$\sim \exists x (Ex \wedge \sim g_x) \wedge Rmg$$

(وتقرأ : من الخطأ القول بوجود x ، بحيث أن x إله ، و x ليس الله ، ومحمد رسول

الله). وهي أيضاً خاطئة.

(وتقرأ : لكل (x)، إذا كان (x) حزب، لزم عن ذلك انه لكل (y) ، و (x) لديه

(y) ، فإن (x) فرح بـ (y))

(3) "كل يوم هو فى شأن".

صيغتها الرمزية :

$$\forall x (Yx \rightarrow Sgx)$$

(وتقرأ : لكل (x) ، إذا كان (x) يوم، فإن الله فى شأن (S) فى هذا اليوم)

(4) "كل من عليها فان"

وصيغتها الرمزية:

$$\forall x (Axa \rightarrow Fx)$$

(وتقرأ : لكل (x)، إذا كان (x) على (A) الأرض (a) ، لزم عن ذلك أنه

فان)

أو من الممكن حذف الرمز الدال على الأرض (a) لأنها غير موجودة

وصراحة فى القضية ، فتصبح على الصيغة التالية:

$$\forall x (Ax \rightarrow Fx)$$

حيث أن (A) تعنى "عليها" .

(5) "كلكم راع ، وكل راع مسؤول عن رعيته"

وصيغتها الرمزية:

$$\forall x (Ex \rightarrow Rx) , \forall x (Rx$$

$$\rightarrow [\forall y (Ayx \rightarrow Mxy)])$$

(وتقرأ : لكل (x) ، إذا كان (x) إنسان ، فإنه راع ، ولكل (x) ، إذا كان

(x) راع ، فإن لكل (y) ، إذا كان (y) رعية (x) ، فإن (x) مسؤول عن

(y) .)

(6) "كل إناء بالذى فيه ينضح"

وصيغتها الرمزية:

$$\forall x (Ex$$

$$\rightarrow [\forall y (Fyx \rightarrow Yxy)])$$

(وتقرأ : لكل (x) ، إذا كان (x) إناء ، فإن لكل (x) إذا كان (y) فى (x)

، فإن (x) ينضح بـ(y) .)

(7) " ما كل ما يتمنى المرء يدركه "

صيغتها الرمزية:

$$\sim \forall x$$

$$(Mx \rightarrow \forall y(Txy \rightarrow Dxy))$$

(وتقرأ : من الخطأ القول بأن لكل (x) ، إذا كان (x) مرء ، فإن لكل (y)

، إذا كان (x) يتمنى (y) ، فإن (x) يدرك (y)).

3:3:3 ترميز القضايا الالاقياسية والقضايا متعددة الأسوار

أولاً: القضايا الالاقياسية:

"دائماً ما ننظر إلى القضايا المفردة والقضايا العامة ، على أنها

قضايا قياسية أو معيارية - أى أنها فقط هى النموذج الذى تتركب على

غزاره القضايا التى يعالجها منطق المحمول-، إلا أن هناك العديد من

القضايا ، والتى نسميها لا قياسية Non standard ، وأيضاً تعالج فى

منطق المحمول.“¹⁵⁹) وتتعدد الصور التي تظهر عليها هذه القضايا ،
 فهي إما ذات محمول واحد ،أو ذات محمولين ، أو ثلاثة هكذا...
 وهذه طائفة من الأمثلة¹⁶⁰) التي توضح ماهية هذه القضايا ،
 وكيفية ترميزها.

☒ قضايا لاقياسية ذات محمول واحد:

(1) كل شئ (يكون) مادة

$$\forall x(Mx)$$

(2) شئ ما (يكون) مادة

$$\exists x(Mx)$$

$$\forall x\sim$$

(3) لاشئ (يكون) مادة

$$(Mx)$$

$$\exists x\sim (Mx)$$

(4) شئ ما (لايكون) مادة

¹⁵⁹ - Posepesel,H.,op.cit.,p46.

¹⁶⁰ - Ibid.,pp46-48.

☒ قضايا لا قياسية ذات محمولين:

العديد من القضايا التي تحتوى على محمولين، ليست بالضرورة أن تكون

من الجمل العامة الأربعة، فهناك قضايا أخرى مثل:

(1) بعض الأشياء إما مفيدة أو رخيصة الثمن.

$$\exists x (Mx \vee Rx)$$

(2) بعض الأشياء لا مفيدة ولا رخيصة الثمن.

$$\exists x \sim (Mx \vee Rx)$$

(3) كل شئ هو مفيد ورخيص الثمن.

$$\forall x \sim (Mx \wedge Rx)$$

والمدقق فى هذه القضايا والصيغ الرمزية المعبرة عنها ، سيجد أن

الدور الذى يلعبه السور - الكلى والجزئى - هنا أكثر خطورة من ذي قبل

، فبالنظر إلى القضايا العامة الأربعة السابقة ، سنلاحظ أنه من الممكن

تمييزها عن بعضها دون حاجة إلى سور نميز من خلاله الكلية -موجبة

وسالبة- عن الوجودية -موجبة وسالبة- .

فإن وجود ثابت اللزوم (\rightarrow) أو اللزم والنفى (\sim ، \rightarrow) كاف

لتمييز الكلية الموجبة والسالبة على التوالى ، كذلك فوجود ثابت الوصل

(٨) أو الوصل والنفي (\sim ، \wedge) كاف أيضاً لتمييز الجزئية الموجبة والسالبة على التوالي . أما الأمر سيبدو غير ذلك في حالة هذه القضايا ذات المحمول الواحد ، أو ذات المحمولين أو حتى الثلاثة أو أكثر . فمثلاً القضية رقم (3) في القضايا ذات المحمولين ، على الرغم من أن الثابت المستخدم فيها هو ثابت الوصل -المعبر عن الجزئية- إلا أن القضية ذات سور كلى.

”وتجدر الإشارة أيضاً إلى أن التعريفات Definitions تعالج في منطق المحمول على أنها قضايا شرطية مزدوجة ذات سور كلى“¹⁶¹،
مثلاً:

(1) البر : حسن الخلق

$$\forall x (Bx \leftrightarrow Hx)$$

(2) الفلسفة : حب الحكمة

$$\forall x (Px \leftrightarrow Hx)$$

(3) المنطق : علم التفكير الصحيح

$$\forall x (Mx \leftrightarrow Sx)$$

¹⁶¹ - Ibid.,p.47.

☒ قضايا ذات ثلاث محمولات:

(1) كل الطيور لها رجلان وجناحان.

$$\forall x [Tx \rightarrow (Rx \wedge Gx)]$$

(2) كل أصدقائي الأولاد لهم شعر جميل.

$$\forall x [(Ax \wedge Ox) \rightarrow Tx]$$

(3) كل الطلاب كانوا إما كسالي أو

$$\forall x [Tx \rightarrow (Kx \vee Ax)]$$

أغبياء.

ثانياً : القضايا متعدد الأسوار:

”سوف نطلق على الصيغ الصحيحة منطقياً WFF المشتمة على أكثر من سور واحد ، قضايا متعددة الأسوار أو ذات تسوير متعددة، وهى تلك القضايا التى تحتوى على صيغتين رمزيتين كل واحدة منهما لها سور واحد ، ويربط بينهما رابطة قضوية ثنائية ، مثل اللزوم أو الوصل أو التكافؤ.“⁽¹⁶²⁾ والأمثلة على هذه القضايا كثيرة ، ومنها :

(1) بعض الدول غنية، وبعضها فقير .

¹⁶² - Ibid.,p.98.

$$\exists x (Dx \wedge Gx) \wedge \exists x (Dx \wedge Fx)$$

(2) بعض الساسة يخطئون، وكل

الشعب يدفع الثمن.

$$\exists x (Sx \wedge Yx) \wedge \forall x (Bx \rightarrow Dx)$$

(3) إذا إتحد الحكام،

لانتصر كل المسلمون.

$$\forall x (Hx \rightarrow Tx) \rightarrow \forall x (Mx \rightarrow Nx)$$

3:4 آليات اختبار صحة الحجج في منطق المحمول

”تواجهنا مرة أخرى في منطق المحمول المشكلتان نفساهما اللتان التقينا

بهما في منطق القضايا ، وهما مشكلتا إيجاد طريقة لتقرير الصدق

والكذب أو الصحة المنطقية لقضية أو حجة ما ، وكذلك بناء نسق مقنع

من البديهيات . وبالرغم من أن تشيرش Cheirch قد أثبت أنه ليس في

الإمكان وضع آلية لتقرير الصدق والكذب لهذا الجزء من المنطق،” (163)
 إلا أن ذلك لم يعد صحيحاً ”فلقد أصبحت عملية بناء أدوات نستطيع من خلالها تحديد ما إذا كانت قضية أو حجة ما صحيحة أم خاطئة ، لهى واحدة من الاهتمامات الرئيسية لأي فرع من فروع المنطق.“ (164)

ولقد اتخذ منطق المحمول من الطرق الموجودة مسبقاً فى منطق القضايا آليات قادرة على إثبات صحة قضاياها وحججه ، مثل :- البرهان الصورى Formal proof method ، وطريقة الدياجرامات Diagrams method ، وطريقة التفسير Interpretation method . وكذلك من الخطأ الاعتقاد بأن آليات اختيار صحة الحجج شئ ، والنسق الاستنباطى Deductive system شئ آخر ، ”فإذا كنا نقول عن علم ما أنه نسق استنباطى إذا حوى عدداً من التعريفات والمبادئ و المصادرات الواضحة والصريحة منذ البدء وبلا برهان ، ثم انتقل إلى البرهان على قضايا معينة بطريقة الاستنباط الصورى المحكم من تلك البدايات ، مستعيناً بقواعد الاستدلال،“ (165) فما ذلك إلا جزء من هذه الآليات.

¹⁶³ - الموسوعة الفلسفية المختصرة ، ص456.

¹⁶⁴ -Pospesel,H., op.cit.,p21.

¹⁶⁵ - محمود فهمى زيدان ، مرجع سابق ، ص34.

1:4:3 البرهان الصوري

”يحتل البرهان الصوري مكان الصدارة بين آليات اختبار صحة الحجج - سواء في منطق القضايا أو المحمول -. والبرهان الصوري عبارة عن قائمة من القضايا ، توضع مقدمات الحجة في أعلاها ، بينما توضع النتيجة في أسفلها ، وكل قضية في القائمة إما أن تكون مسلماً بها ، أو أن تكون مستتبطة مما فوقها ، وذلك من خلال تطبيق قواعد الاستدلال Inference Rules وتعتبر أى من المسلمات الموجودة في القائمة مقدمة للحجة ، كما أن اكتمال البرهان في النهاية يعد إثبات لصحة الحجة.“⁽¹⁶⁶⁾

والناظر إلى هذه الطريقة يجد أنها تركز على استعمال مجموعة من القواعد - قواعد الاستدلال - والتي هي مستفادة بالطبع من منطق القضايا ، وهي ثمانية عشر قاعدة استدلال تنقسم إلى نوعين : قواعد أولية Primitive Rules وعددها عشرة قواعد وعشرة قواعد اشتقاقية Derived Rules وعددها ثمانية قواعد ، وأُضيف إليها ثلاثة قواعد أخرى

يختص بها منطق المحمول وهى قواعد الأسوار Quantifiers Rules.

ويمكن عرض هذه القواعد من خلال الجداول الآتية (167):

(1) القواعد الأولية:

ويمكن أن نحصر هذه القواعد فى خمسة قواعد فقط بدلاً من عشرة

، إذا ما اعتبرنا الخمسة قواعد الأول هى مجرد تعريفات للثوابت المنطقية

الخمسـة -النفى ، والوصل ، والفصل ، واللزوم ، والتكافؤ - ، ففيها يعرف

ثابت اللزوم -مثلاً- إذا كان اشتقاق (B) متوقفاً على التسليم بـ (a) ، فإن

ذلك يعنى أن : $a \rightarrow B$ وهكذا ...

وموضحاً فى الجدول التالى اسم القاعدة ، وفى المقابل صيغتها الرمزية:

م	اسم القاعدة	الصيغة الرمزية
1	اللزوم	إذا $(a \rightarrow B)$ ، و (a) ، إذن (B)
2	الوصل	من (a) و (B) نستنبط $(a \wedge B)$
3	الفصل	من (a) و (B) نستنبط $(a \vee B)$

4	التكافؤ	من $(a \leftrightarrow B)$ ، نستنبط $a \rightarrow B$ ، أو $B \rightarrow a$
5	النفي	من (a) نستنبط $(\sim a)$ ، من (B) نستنبط $(\sim B)$

(2) القواعد الاشتقاقية:

ويتضح في الجدول التالي اسم القاعدة مقترناً بالرمز الذي

سوف يشار إليها به أثناء إجراء البرهان ، وفي المقابل صيغتها

الرمزية:

م	اسم القاعدة	الصيغة الرمزية
1	إنكار التالي (MT)	إذا $(a \rightarrow B)$ و $(\sim B)$ إذن نستنبط $(\sim a)$
2	حجة الفصل (DA)	من $(a \vee B)$ و $(\sim a)$ نستنبط (B) & من $(a \vee B)$ و $(\sim B)$ نستنبط (a)
3	حجة الوصل (CA)	من $(a \wedge B)$ و (a) نستنبط $(\sim B)$ & من $(a \wedge B)$ و (B) نستنبط $(\sim a)$
4	حجة القياس (SA)	من $(a \rightarrow B)$ ، و $(B \rightarrow C)$ ، نستنبط $(a \rightarrow C)$

5	النفي المزدوج (DN)	من $(\sim \sim a)$ نستنتج (a)
6	قانون دي مورجان (DM)	من $(a \wedge B)$ ، نستنتج $(\sim a \vee \sim B)$ من $(a \wedge B)$ ، نستنتج $\sim a \vee \sim B$ من $a \wedge \sim B$ ، نستنتج $\sim (a \vee B)$ من $(\sim a \wedge \sim B)$ ، نستنتج $a \vee B$
7	السهم (AR)	من $a \rightarrow B$ ، نستنتج $\sim a \vee B$ من $a \rightarrow B$ ، نستنتج $a \vee B$ من $a \rightarrow B$ ، نستنتج $\sim (a \wedge \sim B)$ من $(a \rightarrow B)$ ، نستنتج $a \wedge \sim B$
8	العكس (CN)	من $a \rightarrow B$ ، نستنتج $\sim B \rightarrow \sim a$ من $a \rightarrow \sim B$ ، نستنتج $B \rightarrow \sim a$ من $a \rightarrow B$ ، نستنتج $\sim a \rightarrow \sim B$

(3) قواعد الكمّمات:

(أ) قاعدة الكمّم الكلى (UO) :

إذا كنا قد سلمنا بأن الصيغة $\forall x (Cx \rightarrow Dx)$ هي الصيغة الصحيحة منطقياً WFF المعبرة عن السور الكلى ، فإن قاعدة الأسوار الأولى تقتضى أنه إذا حذفنا الرمز الدال على السور الكلى $(\forall x)$ ، واستبدلنا كذلك المتغير (x) بحد مفرد وليكن (a) ، لصارت الصيغة $(Cx \rightarrow Dx)$ مكافئة منطقياً للصيغة الأصلية ، وبناءً عليه يمكن اشتقاق العديد من الأمثلة المكافئة للصيغة الأصلية ، وتكون على شاكلة الصيغة الجديدة ، وعلى ذلك يمكن صياغة القاعدة الأولى كالتالى:

من التكميم الكلى يمكن اشتقاق أى مثال عليه

(ب) قاعدة المكمم الوجودى $(E\exists)$:

بالمثل، إذا كنا قد سلمنا بأن الصيغة $\exists x(Cx \wedge Dx)$ هي الصيغة الصحيحة منطقياً المعبرة عن السور الوجودى ، فإن هذه القاعدة تقتضى أنه لو حذفنا الرمز الدال على السور الوجودى $(\exists x)$ ، واستبدلنا المتغير (x) بحد مفرد وليكن (a) ، لصارت الصيغة $(Cx \wedge Dx)$ مكافئة منطقياً للصيغة الأصلية ، وبناءً عليه يمكن اشتقاق العديد من الأمثلة المكافئة للصيغة الأصلية ، وتكون على شاكلة الصيغة الجديدة ، وعلى ذلك يمكن صياغة القاعدة الثانية كالتالى :

من التكميم الوجودى يمكن اشتقاق أى مثال عليه

(ج) قاعدة تغيير المكمم (QE)⁽¹⁶⁸⁾:

ويمكن صياغتها على النحو التالى :

من $\forall x (a_x)$ ، نستنبط $\exists x \sim (a_x)$

من $\exists x (a_x)$ ، نستنبط $\forall x \sim (a_x)$

وعلى الرغم من تعدد القواعد، والذي ربما يعطى انطباعاً بتعدد هذه

الطريقة وصعوبتها ، إلا أن الأمر سيبدو غير ذلك عند تطبيقها على عدد

من الأمثلة⁽¹⁶⁹⁾:

مثال (1): كل الميتون لا ينزفون دماً

أحمد ينزف دماً

∴ أحمد ليس ميتاً

الصيغة الرمزية:

$\forall x (Mx \rightarrow \sim Dx)$ ، $Da \therefore \sim$

Ma

البرهان:

¹⁶⁸- Ibid., p205.

¹⁶⁹- Ibid., p20-22.

(1)	$\forall x (Mx \rightarrow \sim Dx)$	مقدمة
(2)	Da	مقدمة
(3)	$Ma \rightarrow \sim Da$	(UO) ، (1)
(4)	$Da \rightarrow \sim Ma$	(CN) ، (3)
(5)	$\sim Ma$	(4) ، (2)

مثال (2) : كل الحكام وطنيون.

كل الوطنيون ليسوا خونة

∴ كل الحكام ليسوا خونة

الصيغة الرمزية :

$$\forall x (Hx \rightarrow Wx) , \forall x (Wx \rightarrow \sim Kx) \therefore \forall x (Hx \rightarrow \sim Kx)$$

البرهان :

(1)	$\forall x (Hx \rightarrow Wx)$	مقدمة
(2)	$\forall x (Wx \rightarrow \sim Kx)$	مقدمة
(3)	$\sim \forall x (Hx \rightarrow \sim Kx)$	النتيجة منفية
(4)	$\exists x \sim (Hx \rightarrow \sim Kx)$	(QE) ، (3)
(5)	$\sim (Ha \rightarrow \sim Ka)$	(Eo) ، (4)

(6)	$Ha \rightarrow Wa$	(1) ، (Uo)
(7)	$Wa \rightarrow \sim Ka$	(2) ، (Uo)
(8)	$Ha \rightarrow \sim Ka$	(6) ، (7) ، (SA)
(9)	$\sim (Ha \rightarrow \sim Ka) \wedge (Ha \rightarrow \sim Ka)$	(5) ، (8)
(10)	$(\forall x (Hx \rightarrow \sim Kx))$	(3) ، (9)

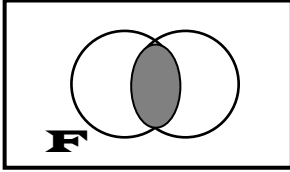
2:4:3 الدياجرامات:

الدياجرامات أو الرسوم البيانية هي إحدى الآليات التي يمكن من خلال استعمالها "ليس تحديد الصحة المنطقية فحسب ، بل عدم الصحة أيضاً . ويمكن ذلك عندما نتعامل مع قضايا منطق المحمول على أنها تحتوى على فئات Classes، ويكون تمثيل أى صفة أو خاصية تحمل فى القضية ، سوف يكون عبارة عن فئة الأشياء التى تنسب إليها هذه الصفة . ويتم ذلك من خلال رسم دوائر - يتحدد عددها بناء على عدد المحمولات - ووضعتها داخل مستطيل." ⁽¹⁷⁰⁾

¹⁷⁰ - Ibid, p67.

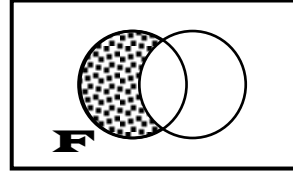
ويمكننا من خلال الدياگرامات التعبير مثلاً عن القضايا العامة

الأربعة⁽¹⁷¹⁾ على النحو التالي:



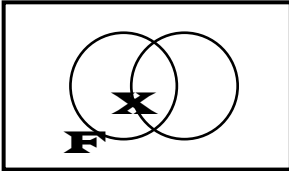
(2) كلية سالبة

لا فنان مبدع



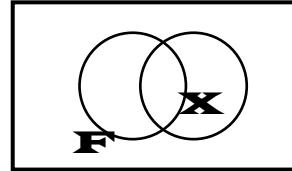
(1) كلية موجبة

كل الفنانين مبدعون



(4) جزئية سالبة

بعض الفنانين ليسوا مبدعين



(3) جزئية موجبة

بعض الفنانين مبدعين

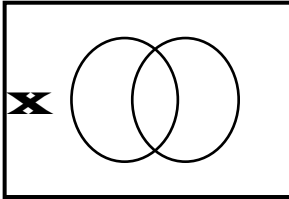
لاحظ أن في حالة القضية الكلية - موجبة وسالبة - يوجد تظليل،

ويعنى أن أفراد هذه الفئة غير موجودين ، ففي القضية الكلية الموجبة

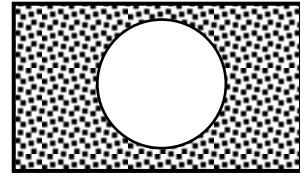
¹⁷¹ - Ibid., p68.

تشير الفئة المظلمة إلى أن : الفنانون الذين هم ليسوا مبدعون غير موجودين ، بينما تشير الكلية السالبة إلى أن: الفنانون المبدعون غير موجودين . بينما الأمر في القضية الوجودية -موجبة أو سالبة - يختلف قليلاً ، حيث نضع الرمز (X) ليشير إلى أنه يوجد فرد واحد على الأقل ينتمي إلى هذه الفئة ، فيشير في الجزئية الموجبة لوجود فرد واحد على الأقل بحيث أن هذا الفرد فنان ومبدع في نفس الوقت ، ويشير في الجزئية السالبة لوجود فرد واحد على الأقل بحيث أن هذا الفرد فنان وليس مبدع.

ويمكن لهذه الآلية أيضاً أن تتعامل مع قضايا أكثر تركيباً، مثل (172):

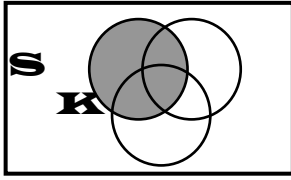


بعض الأشياء



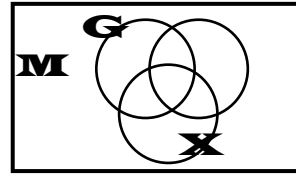
كل شيء جميل

لا مفيدة ولا ممتعة



كل القضاة

مصريون شرفاء



بعض الجنود

المصريون ليسوا شجعان

3:4:3 آلية التفسير

"إذا كانت آلية البرهان الصوري يمكنها إثبات صحة أي حجة صحيحة منطقياً ، وإذا كانت آلية الدياگرامات يمكنها التعامل مع كلاً من الحجج الصحيحة وغير الصحيحة على حد سواء ، فإن آلية التفسير - وتسمى أيضاً البرهنة المنفية - يمكنها التعامل مع أي حجة باطلة لإثبات بطلانها . والفرق بينها وبين الدياگرامات ، أن الدياگرامات تستطيع تمثيل - بيانياً - عدد كبير من الحجج ، إلا أنها غير قادرة على التعامل مع

القضايا أو الحجج العلائقية ، وكذلك الحجج ذات التسوير المتعدد. (173)

وتعتمد هذه الطريقة على أربعة خطوات وهي ”:

(1) ترميز الحجة المراد اختبار صحتها.

(2) تحديد عالم المقال (UD) Universal Discourse

(3) توضيح معنى الرموز المستخدمة كمتغيرات مثل (x) ، أما

المحمولات أو الحدود المفردة فليست فى حاجة لذلك ، لأن الحروف التى تشير إليها كافية لتمييزها.

(4) صياغة الحجة المفسرة ، وذكر قيمة الصدق Truth Value

لكل مقدمة وأيضاً للنتيجة. (174)

خذ مثلاً الحجة :

كل القطط من الثدييات ، سعاد من الثدييات ، إذن سعاد قطة

ووفقاً للخطوات السابقة ، فإن هذه الحجة ترمز على النحو التالى:

¹⁷³ - Ibid., p111.

¹⁷⁴ - Ibid., p113.

$$\forall x (Kx \rightarrow Tx) , Ts \therefore Ks$$

أما عن عالم المقال (UD) : فهو : "الحيوانات".

أما عن المعانى التى يشير إليها (x) فى الحجة ، وكذلك الحد المفرد

فهى :

$$Kx = \text{x هي قطة}$$

$$Tx = \text{x هي ثديى}$$

$$s = \text{سعاد}$$

وبناءً عليه ، تصاغ الحجة المفسرة كالاتى:

كل القطط من الثدييات (صادقة)

سعاد من الثدييات (صادقة)

إذن سعاد قطة (كاذبة)